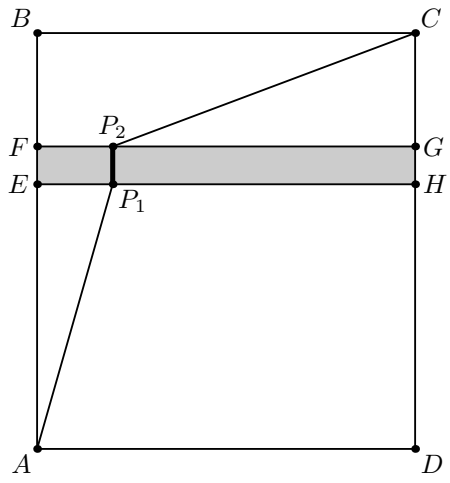
Activité : Où construire le pont ?

Dans ce module, on va tenter de venir en aide aux constructeurs d'un pont.
On se place dans la situation ci-dessous :
$ABCD$ est un parc rectangulaire tel que $AD = 10$ mètres et $AB = 11$ mètres.
Il passe un cours d'eau à travers ce parc. On le matérialise par le rectangle $EFGH$, tel que $EH = 10$ mètres, $EF = 1$ mètre et $AE = 7$ mètres.

But du module :

Déterminer où construire le pont pour que le trajet entre les points A et C soit **le plus court possible**.
On suppose que l'on traverse le pont en son milieu et en ligne droite (selon le segment $[P_1P_2]$).



Partie 1

On note L la distance entre A et C. On a donc $L = AP_1 + P_1P_2 + P_2C$.

1. **Étude d'un cas particulier :**
   Calculer la longueur du trajet entre A et C lorsque P_1 est en E (faire un dessin à main levée).
2. De quoi dépend la distance L ?
3. Dans la suite du module, on note .... $= x$. À quel intervalle le nombre x appartient-il ?
   - **a.** Calculer la longueur AP_1 en fonction de x.
   - **b.** Déterminer la longueur L du trajet entre A et C en fonction de x.

Partie 2

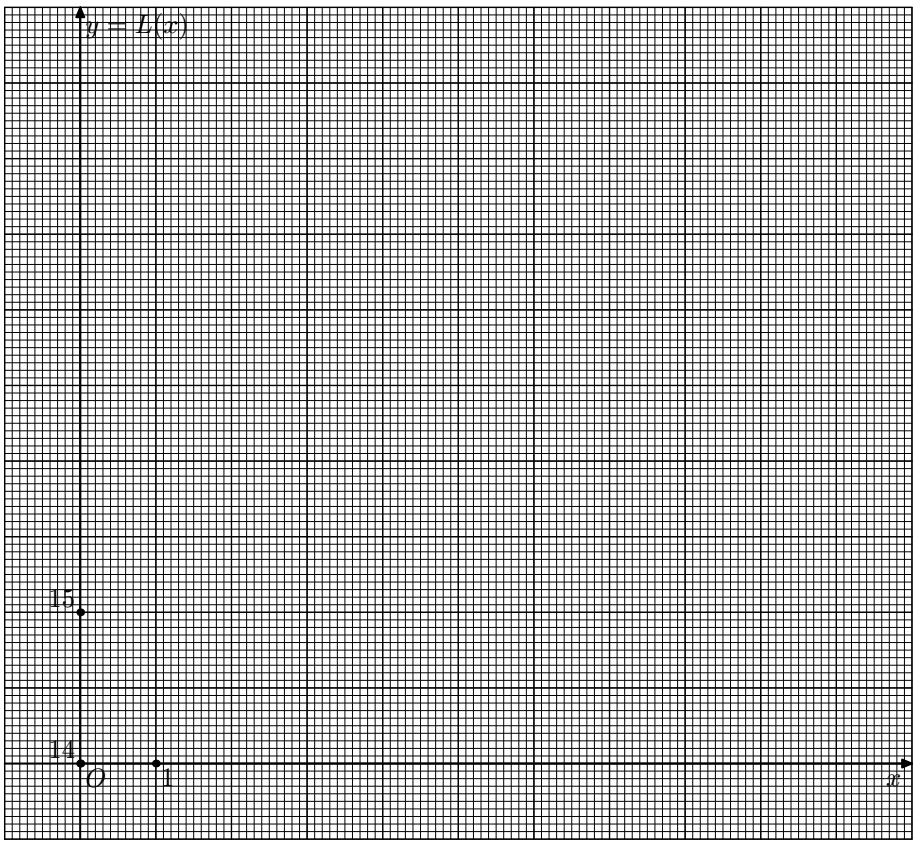
On désire désormais connaître quelle est la valeur de x pour laquelle L est le plus petit possible !

1. En vous aidant de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

Valeurs de x (en mètres)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Distance $L(x)$ (en mètres)											

2. Placer les points de coordonnées $(x, L(x))$ dans le repère de la page suivante (attention aux unités sur les axes !!).
3. Entre quelles valeurs de x la longueur L semble-t-elle être la plus petite ?

Représentation graphique de L en fonction de x



4. Compléter ce nouveau tableau qui affine nos recherches.

Valeurs de x (en mètres)										
Distance $L(x)$ (en mètres)										

Compléter votre représentation graphique avec ces nouveaux points et les relier afin d'avoir la représentation graphique de la fonction L.

Partie 3 : Tableau de variations

1. Graphiquement, pour quelle valeur de x (notée α) le trajet entre A et C est-il de longueur minimale, et quelle est cette longueur ?

2. On a pour habitude de représenter d'une manière stylisée la représentation graphique ci-dessus.

Complétez le tableau de variation suivant :

x	0	10
Variations de $L(x)$		

3. **a.** Compléter : On se place sur l'intervalle $[0; \alpha]$.
Lorsque x augmente, alors $L(x)$ .On dit que la fonction L est sur l'intervalle $[0; \alpha]$: les évolutions de x et $L(x)$ s'effectuent dans des sens contraires.

b. Comment pourrait-on décrire l'allure de la représentation graphique de L lorsque x appartient à $[\alpha; 10]$?

c. Prendre au hasard sur l'axe des abscisses deux nombres a et b compris entre 0 et α, et tels que $\boxed{a < b}$. Comparer alors graphiquement $L(a)$ et $L(b)$.