

## **Activité : Quel nombre maximum de points d'intersection peut-on obtenir entre un rectangle et 2 cercles ?**

### **Phase 1 : appropriation du problème**

Il faut préciser la question : on compte les points d'intersection entre le rectangle et chaque cercle ainsi que les points d'intersection entre les 2 cercles. Le cas où les 2 cercles seraient confondus est exclu.

Chaque élève construit une figure individuellement.

L'élève ayant obtenu le plus grand nombre de points d'intersection présente sa solution. Ce record provisoire est inscrit au tableau.

### **Phase 2 : travaux de groupes**

Placés par groupes de 3 ou 4, les élèves doivent chercher à améliorer le record précédent. A chaque fois qu'un groupe obtient une amélioration du record il présente sa solution à la classe.

**Une question surgit inévitablement : " Quand va-t-on s'arrêter ? "**

Le professeur donne alors la dernière consigne :

**" Le groupe déclaré vainqueur sera celui qui aura tracé une figure sur laquelle il est capable d'apporter la preuve que son record ne peut plus être battu par personne. "**

Par la suite, selon les réactions des élèves il devra juger de l'intérêt ou de la nécessité qu'il y a à apporter des aides.

### **Phase 3 : conclusion**

Les élèves reprennent un travail individuel et rédigent la preuve sous la conduite du professeur. Il est important de mettre en évidence à ce moment que c'est un raisonnement qui a permis d'apporter la réponse finale à la question posée.

### **Remarques sur le fonctionnement de l'activité :**

1 ) Il est nécessaire d'avoir auparavant observé qu'un cercle et une droite peuvent avoir 2 , 1 ou aucun points d'intersection ; qu'il en va de même pour 2 cercles.

2 ) Le nombre théorique maximum de points d'intersection qu'on peut obtenir est donc de :

$$4 \times 2 + 4 \times 2 + 2 = 18$$

Une figure bien construite constituera évidemment une preuve suffisante ici pour assurer que ce maximum est atteint.

3 ) La réalisation de cette figure est fortement problématique pour les élèves en début de 6ème. En effet sa réalisation pratique impose que le rectangle choisi ait une forme qui se rapproche du carré. Or ce n'est pas la forme prototypique du rectangle que les élèves ont en tête. Comme le tracé du rectangle est le premier tracé qu'ils effectuent pour construire la figure, des ajustements successifs seront nécessaires pour améliorer le résultat obtenu. Ceci donne tout son sens à la phase 2 de l'activité.

4 ) Une question supplémentaire émergera en phase 2 ou 3 : a-t-on le droit d'utiliser un carré ? Cette opportunité à saisir pour retrouver ou aborder la question des figures particulières.

5 ) Le moteur de l'activité est en début de phase 2 une compétition entre les groupes. Elle évolue ensuite davantage vers un défi lorsqu'il s'agit de fournir une preuve.

6 ) La preuve attendue a une grande légitimité dans l'activité : c'est une preuve pour convaincre. Tous les élèves en ressentent la nécessité et en acceptent le verdict lorsqu'elle est fournie.

7 ) C'est aussi une activité emblématique de ce qui peut-être fait pour faire évoluer les élèves du dessin vers le raisonnement. Ceci constitue l'objectif principal de l'activité. D'autres objectifs sont les axiomes d'incidences entre droites et cercles, une réflexion sur la nature du rectangle et le fait que le carré est un rectangle particulier.

### **Document de A.Diger**