Défi n°20

solution

(Janvier 2003)

Une solution très détaillée:

1. Si le cambrioleur ne connaît aucun chiffre du code, il a :

10 10 10 10 10 = 10^5 = **100000** combinaisons possibles.

2. Si le cambrioleur sait que le code contient un 3 et un 8 respectivement en 1ère et 2ème positions, il a :

10 10 10 = 10^3 = **1000** combinaisons possibles.

3. Supposons que le cambrioleur sache que le code contient un 3 et un 8 mais ne sache pas où ils sont situés.

1er cas : ***un 3 est en 1ère position***

- Si un 8 est en 2ème position (3 8 . . .), alors **1000** combinaisons possibles (voir ci-dessus).
- Si un 8 est en 3ème position (3 . 8 . .), alors 9 10 10 = **900** combinaisons possibles. (le cas du 8 en 2ème position ayant déjà été étudié, il n'y a que 9 chiffres possibles en 2ème position).
- Si un 8 est en 4ème position (3 . . 8 .), alors 9 9 10 = **810** combinaisons possibles. (raisonnement analogue au précédent).
- Si un 8 est en 5ème position (3 . . . 8), alors 9 9 9 = **729** combinaisons possibles.

Donc, si un 3 est en 1ère position et si le code contient aussi un 8, le cambrioleur a :

1000 + 900 + 810 + 729 = **3439** combinaisons possibles.

2ème cas : ***un 3 est en 2ème position***

Alors la 1ère position ne peut pas être occupée par un 3 car cela a déjà été envisagé au cas précédent. Il n'y a donc au maximum que 9 chiffres possibles pour cette 1ère position.

- Si un 8 est en 1ère position (8 3 . . .), alors 10 10 10 = 10^3 = **1000** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 3ème position (. 3 8 . .), alors 8 10 10 = **800** combinaisons possibles. (le cas du 8 en 1ère position ayant déjà été étudié, il n'y a que 8 chiffres possibles en 1ère position).
- Si un 8 est en 4ème position (. 3 . 8 .), alors 8 9 10 = **720** combinaisons possibles. (raisonnement analogue au précédent).
- Si un 8 est en 5ème position (. 3 . . 8), alors 8 9 9 = **648** combinaisons possibles.

Donc, si un 3 est en 2ème position et si le code contient aussi un 8, le cambrioleur a :

1000 + 800 + 720 + 648 = **3168** combinaisons possibles.

3ème cas : ***un 3 est en 3ème position***

Alors les 1ère et 2ème positions ne peuvent pas être occupées par un 3 car cela a déjà été envisagé dans les deux cas précédents. Il n'y a donc au maximum que 9 chiffres possibles pour ces 1ère et 2ème positions.

Pour la suite du raisonnement, voir les cas précédents.

- Si un 8 est en 1ère position (8 . 3 . .), alors 9 10 10 = **900** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 2ème position (. 8 3 . .), alors 8 10 10 = **800** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 4ème position (. . 3 8 .), alors 8 8 10 = **640** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 5ème position (. . 3 . 8), alors 8 8 9 = **576** combinaisons possibles.

Donc, si un 3 est en 3ème position et si le code contient aussi un 8, le cambrioleur a :

900 + 800 + 640 + 576 = **2916** combinaisons possibles.

4ème cas : ***un 3 est en 4ème position***

Raisonnement analogue au précédent.

- Si un 8 est en 1ère position (8 . . 3 .), alors 9 9 10 = **810** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 2ème position (. 8 . 3 .), alors 8 9 10 = **720** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 3ème position (. . 8 3 .), alors 8 8 10 = **640** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 5ème position (. . . 3 8), alors 8 8 8 = **512** combinaisons possibles.

Donc, si un 3 est en 4ème position et si le code contient aussi un 8, le cambrioleur a :

810 + 720 + 640 + 512 = **2682** combinaisons possibles.

5ème cas : ***un 3 est en 5ème position***

- Si un 8 est en 1ère position (8 . . . 3), alors 9 9 9 = **729** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 2ème position (. 8 . . 3), alors 8 9 9 = **648** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 3ème position (. . 8 . 3), alors 8 8 9 = **576** combinaisons possibles.
- Si un 8 est en 4ème position (. . . 8 3), alors 8 8 8 = **512** combinaisons possibles.

Donc, si un 3 est en 5ème position et si le code contient aussi un 8, le cambrioleur a :

729 + 648 + 576 + 512 = **2465** combinaisons possibles.

Conclusion : Si le cambrioleur sait que le code contient un 3 et un 8 mais ne sait pas où ils sont situés, il a :

3439 + 3168 + 2916 + 2682 + 2465 = **14670** combinaisons possibles.

4. Supposons que le code ne contienne qu'un 3 et qu'un 8.

Alors, pour chacun des trois autres chiffres du code, il n'y a que 8 possibilités.

Supposons que le 3 soit en 1ère position :

Si le 8 est en 2ème position (3 8 . . .), alors 8 8 8 = **512** combinaisons possibles .

Même raisonnement pour le 8 en 3ème, 4ème ou 5ème position.

Donc, si le 3 est en 1ère position, le cambrioleur a 512 + 512 + 512 + 512 = **2048** combinaisons possibles.

Le raisonnement est analogue pour le 3 en 2ème, 3ème, 4ème ou 5ème position.

Donc, si le code ne contient qu'un 3 et qu(un 8, le cambrioleur a :

2048 + 2048 + 2048 + 2048 + 2048 = **10240** combinaisons possibles.

La solution de

Pierre DORION ex élève de 3e du Collège Jeanne d'Arc (Orléans)

Nombre de possibilités totales

Quelques possibilités:

00000 00001 00002 00003 00004 00005 00006 00007.

Il faudrait écrire les combinaisons de .00000 jusqu'à 99999.

Cela fait 100000 possibilités.

Nombre de possibilités avec le 3 en premier et le 8 en deuxième

On ira de 38000 jusqu'à 38999.

Il y a donc 1000 solutions possibles.

Nombre de possibilités avec le 3 et le 8 dans n'importe quelle position

Considérons les combinaisons comme des nombres compris entre 00000 et 99999

nombres compris entre 0 et 99 **2 combinaisons**	**deux seules combinaisons** 00038 00083
nombres compris entre 100 et 999 **52 combinaisons**	• ceux dont le chiffre des centaines est 1 2 4 5 6 7 9 deux possibilités chacun soit en tout **14 combinaisons** • ceux dont le chiffre des centaines est 3 s'ils n'ont qu'un 3 et un 8 il y en a **16 combinaisons** s'ils ont deux 3 et un 8 il y en a **2 combinaisons** s'ils ont un 3 et deux 8 il y en a **1 combinaisons** • on fait de même si le chiffre des centaines est 8
nombres compris entre	• ceux dont le chiffre des milliers est 1 2 4 5 6 7 9

1000 et 9999 **920 combinaisons**	54 * 7 = **378 combinaisons** • si le chiffre des milliers est 3 un 3 un 8 64 possibilités et trois positions différentes **192 combinaisons** un 3 deux 8 8 possibilités et trois positions différentes **24 combinaisons** deux 3 un 8 8 possibilités et 6 positions différentes **48 combinaisons** deux 3 deux 8 1 possibilités et trois positions différentes **3 combinaisons** trois 3 un 8 1 possibilités et trois positions différentes **3 combinaisons** un 3 trois 8 1 possibilités et une positions différentes **1 combinaison** • si le chiffre des milliers est 8 on fait de même
nombres compris entre 10000 et 99999	On fait de même et on trouve **13696 combinaisons**

Soit en tout **14 670 combinaisons.**

<u>Nombre de possibilités avec un seul 3 et un seul 8</u>

Si on a   3 8 . . .   on a 8*8*8= 512 solutions

et comme il y a 20 positions différentes du 3 et du 8 alors il y a 20*512 = **10240** possibilités

La solution de

<u>Isabelle CHAILLOU</u>   ex élève de 3e du Collège Joliot Curie (Orléans)

Les propriétaires possèdent un coffre dont la combinaison est de 5 chiffres

pour chaque case, le numéro à trouver sera compris entre 0 et 9.

Ce qui fait 10 possibilités par case.

?	?	?	?	?

En sachant que le 3 occupe la première case et que le 8 occupent la seconde. En tout cela fait 1000 possibilités :

10 x10 x10

3	8			

Le cambrioleur pense se rappeler que le code à 5 chiffres est composé d’un 3 et d’un 8 mais il ne se rappelle plus à quelle case sont situés ces chiffres.

Pour le chiffre 3, il y a 5 possibilités car on ne sait pas dans quelle case il va. Pour le chiffre 8 il y 4 possibilités car ne pouvant occuper que 4 cases puisque le chiffre 3 en occupe déjà une.

Donc si on ne sait pas où sont le chiffre 3 et le chiffre 8 , il y a 20000 possibilités.

1000 x 5 x 4 = 20000

Le cambrioleur pense se souvenir qu’il n’y a qu’une fois le chiffre 3 et le chiffre 8.

Il reste 8 possibilités pour chaque case restante car il ne peut pas y avoir le chiffre 3 et le chiffre 8 qui eux sont déjà placés. Sachant qu’il y a 5 possibilités pour placer le chiffre 3, 4 possibilités pour placer le chiffre 8 et 8 possibilités pour chaque case restante; 5 x 4 x 8 x 8 x 8 = 10240 .

Il y a 10240 possibilités pour ouvrir le coffre, alors le premier obstacle sera franchi.