

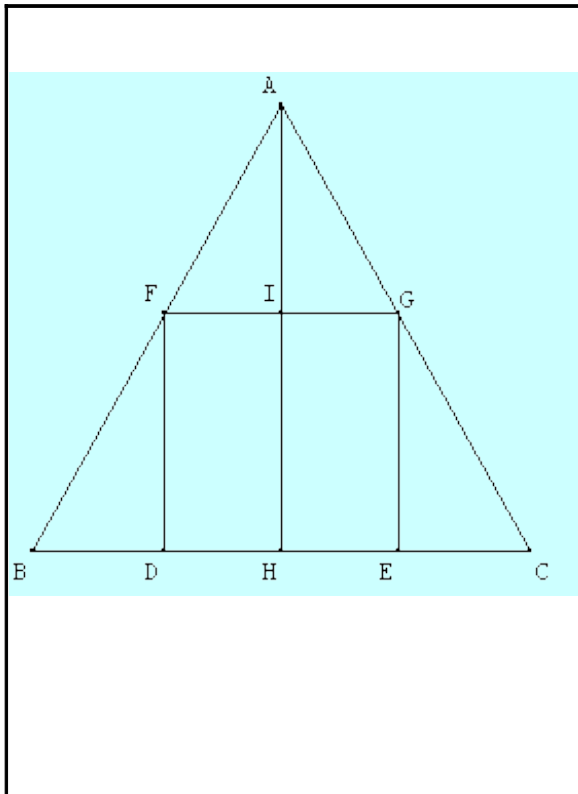
Défi n° 9

Solution

Des solutions ont été proposées par des ex-élèves des établissements :

Voici la réponse du :

collège Gérard Philipe (Aubigny/Nère) (Cher).



Nous avons deux rectangles dont les dimensions sont 127cm pour 68,3cm et un cube dont le côté est x.

Dans un cube tous les angles d'une même face sont droits(90°).

Etant donné que le segment BC est le prolongement du segment DF, GF est perpendiculaire à FC.

J'en déduis donc que GFC est un triangle rectangle en F.

$$\sinus 60^\circ = x/GC$$

$$GC = x/\sinus 60^\circ \sim 1.1547x$$

Nous avons AH hauteur du triangle ABC et DF // EG.

Si AH est la hauteur du triangle ABC donc AH est la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} et est perpendiculaire à EG.

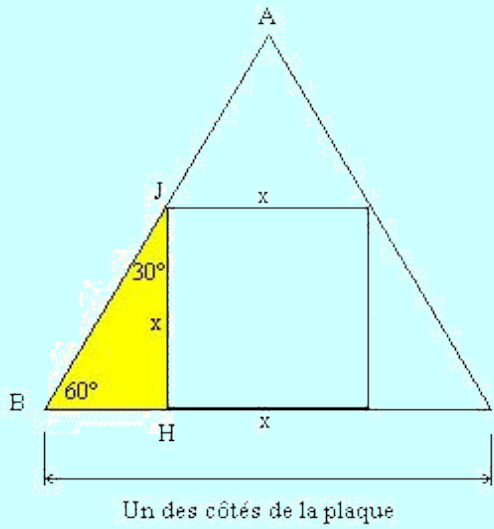
$$\widehat{IAG} = \widehat{BAC}/2 \quad \widehat{IAG} = 60^\circ/2 \quad \widehat{IAG} = 30^\circ$$

L'angle \widehat{IAG} est égale à 30°

Nous avons un triangle rectangle AIG avec $\widehat{AIG} = 90^\circ$ et $\widehat{IAG} = 30^\circ$

$$\sinus 30^\circ = (x/2)/AG \quad AG = (x/2)/\sinus 30^\circ \quad AG = x$$

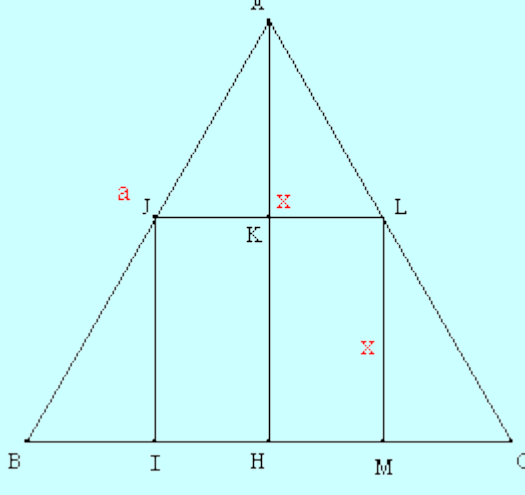
$$AG + GC = x + 1.1547x = 127 \quad \text{donc} \quad x = \mathbf{58.94}$$

	<p>Dans le triangle rectangle BJH. On peut calculer BH. On donne: $\tan 60^\circ = \frac{\text{rac}(3)}{3}$ ou $\tan (30^\circ) = \frac{\text{rac}(3)}{3}$ $\tan 60^\circ = \frac{JH}{BH}$ soit $BH = \frac{JH}{\tan 60^\circ} = \frac{JH \text{ rac}(3)}{3} = x \frac{\text{rac}(3)}{3}$ $BC = 2 BH + x$ (pour des raisons de symétrie) $BC = 2 x \frac{\text{rac}(3)}{3} + x = x [2\frac{\text{rac}(3)}{3} + 1]$ <u>2 cas se présentent pour le calcul de x :</u></p>	
<p>ou bien le côté du panneau mesure 127 cm $BC = 127$ $x(2\frac{\sqrt{3}}{3} + 1) = 127$ $x = \frac{127}{(2\frac{\sqrt{3}}{3} + 1)} = 58,94$</p>	<p>ou bien le côté du panneau mesure 68,3 cm $BC = 68,3$ $x(2\frac{\sqrt{3}}{3} + 1) = 68,3$ $x = \frac{68,3}{(2\frac{\sqrt{3}}{3} + 1)} = 31,79$</p>	

Le plus grand cube que l'on puisse abriter sous ces deux panneaux solaires a une arête de 58,9 cm.

Voici d'autres réponses

des auteurs du problème:

	<p>Le problème revient à trouver la mesure du côté d'un carré (x) inscrit dans un triangle équilatéral de côté a.</p> <p>1^{ère} Solution: La hauteur d'un triangle équilatéral est $AH = a \frac{\text{rac}(3)}{2}$ C'est aussi $KH + KA = x + x \frac{\text{rac}(3)}{2}$ d'où $x = a \frac{\text{rac}(3)}{\text{rac}(3) + 2}$ Il suffit de remplacer a par les valeurs données dans le texte pour trouver la valeur de l'arête du cube.</p>
<p>2^e Solution: Emploi du théorème de Thalès dans AHC. $LM/AH = CM/CH$ d'où $x / [a \frac{\text{rac}(3)}{2}] = [(a - x)/2] / (a/2)$ donc $x / \text{rac}(3) = (a - x)/2$ d'où la valeur de x.</p> <p>3^e Solution : Calcul d'aires. $\text{Aire}(ABC) = \text{Aire}(\text{carré}) + \text{Aire}(AJL) + 2 \times \text{Aire}(BIJ)$ où on arrive à $[\frac{\text{rac}(3)}{4}](a - x) = \frac{1}{2} x$ et on en déduit la valeur de x.</p>	