Rallye mathématique du Centre

Correction de l'épreuve préparatoire décembre 2022

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.
Bon courage et rendez-vous le 7 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1 — Vaillant Michel !

5 points

1. Par 4 sauts, Michel a grimpé de $1+2+3+4=10$ marches
   $73=4\times 18+1$, $18\times 10+1=181$
   Il arrive à la 181^e marche.
2. On effectue la division euclidienne de 2023 par 10, on obtient : $2023=10\times 202+3$
   202 $\times$4= 808 sauts : 2020^e marche
   809 sauts : 2021^e marche
   810 sauts : 2023^e marche

   Il posera donc le pied sur la 2023^e marche après son 810^e saut.

Exercice n°2 — Éteindre le feu

5 points

1. Un canadair transporte 6 000 L d'eau soit 6 m^3.
   Durée de l'écopage : t=$\dfrac{6}{0,5}=12$ s.
   Distance parcourue : d=$110\times\dfrac{12}{3600}\approx 0,367$ km

   Pendant l'écopage le canadair parcourt 367 m.

2. 8h = 480 min ; $\dfrac{480}{3}=160$
   Les avions ont fait 160 largages chacun.

   $160\times 2\times 6000$=1 920 000 L

   Les canadairs ont largué 1920 m^3 le 24 juillet.

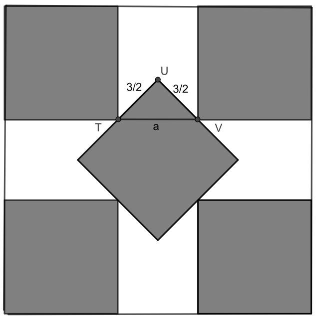
Exercice n°3 — 5 chocolats^3 en boîte^2

8 points

• Projet de Yann

La base de la boîte est un carré de 9 cm de côté.

•Projet de Catherine

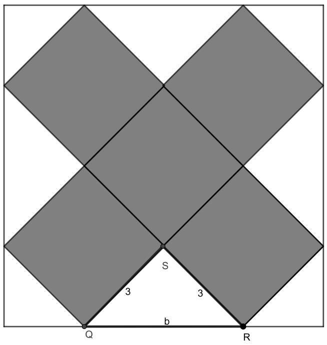


En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle TUV, il vient :

$a^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$ d'où $a = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

La base de la boîte est un carré de $6 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm de côté.

•Projet de Jérôme



En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle QRS, il vient : $b^2 = 9 + 9$ d'où $b = 3\sqrt{2}$

La base de la boîte est un carré de $6\sqrt{2}$ cm de côté.

Conclusion

$6 + \frac{3\sqrt{2}}{2} < 6\sqrt{2} < 9$. C'est donc le projet de Catherine qui est le plus économique.

Exercice n°4 — Le codage Fairplay de Playfair

9 points

1. Maëlle code le message en : PC XT PK SC PV IF IT RO MH XN OM

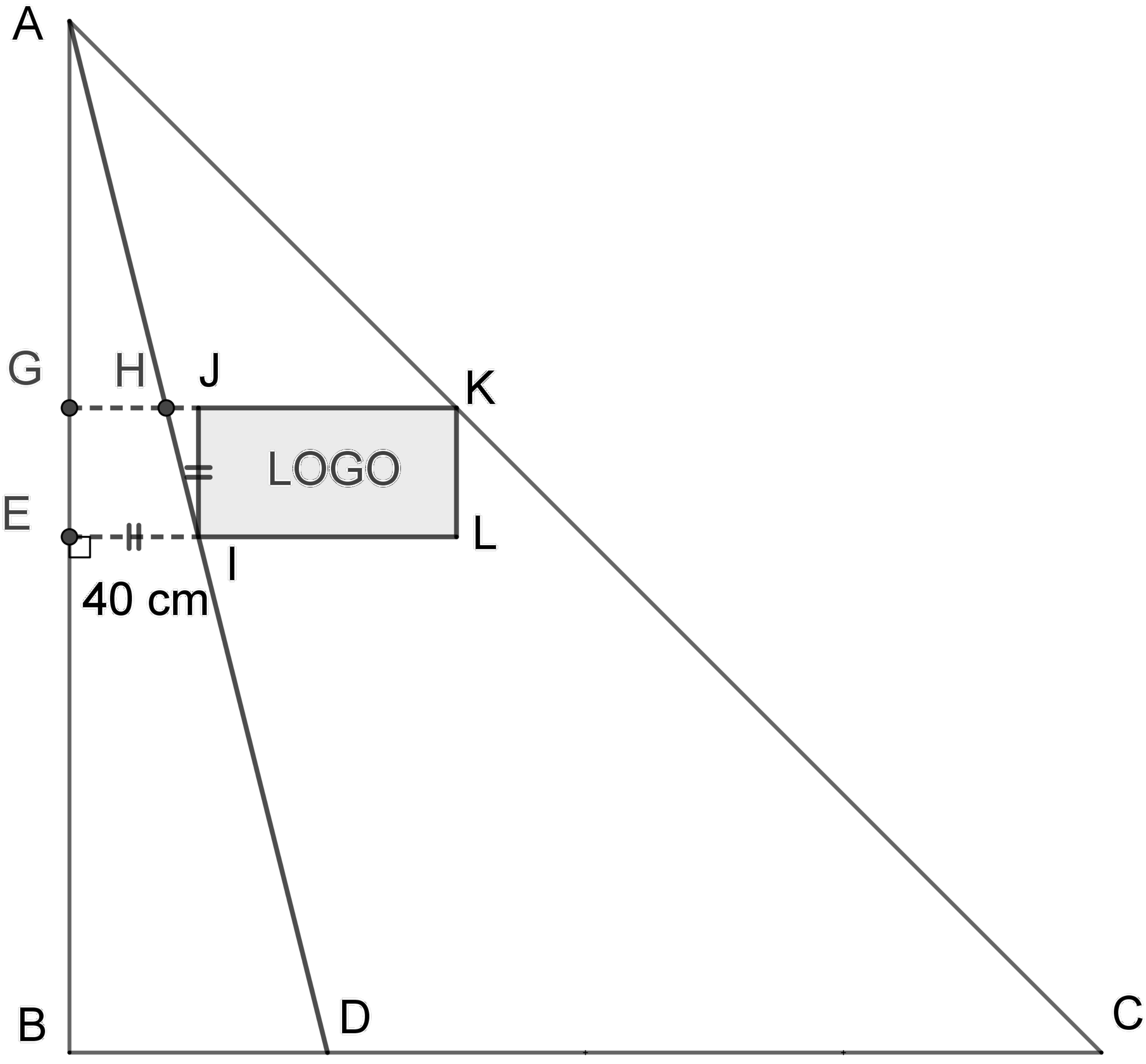
2. Mathilde a envoyé en réponse : JE DOIS FAIRE MES DEVOIRS

3. La grille de codage utilisée par Mathilde est :

R	F	Z	U	S
X	T	Q	D	E
L	N	B	I	A
O	C	M	Y	K
H	P	G	V	J

Exercice n°5 **Le logo prend la voile**

6 points



1. Voir ci-dessus
2. On utilise le théorème de Thalès :

   • (IL)//(BC) donne $\dfrac{1}{4} = \dfrac{BD}{BC} = \dfrac{BD}{AB} = \dfrac{GH}{AG}$

   • (IJ)//(AB) donne $\dfrac{GH}{AG} = \dfrac{HJ}{IJ}$

   Donc $\dfrac{HJ}{IJ} = \dfrac{1}{4}$ et HJ = 10 cm. Ainsi GH = 30 cm.

   • Donc $\dfrac{AG}{AB} = \dfrac{GH}{BD} = \dfrac{30}{90} = \dfrac{1}{3}$ d'où $AG = \dfrac{AB}{3}$ = 12 dm.

   Comme ABC est rectangle isocèle et que (GK)//(BC) on a AGK triangle rectangle isocèle d'où GK=12 dm.

   • Finalement JK=GK-GJ=(12-4)dm =8 dm. <u>Aire(logo)= (8 × 4) dm^2= 32 dm^2</u>.

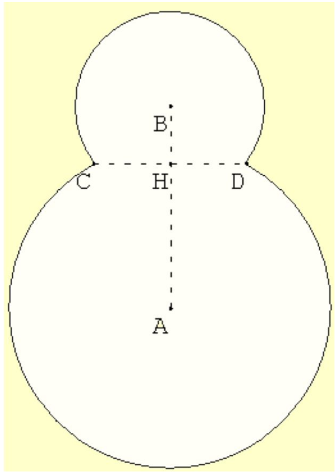
Exercice n°6 — Triangle à bord carré

5 points

On numérote les lignes horizontales à partir de 1 au sommet ; par récurrence on établit que la n-ième ligne compte $2n-1$ nombres et se termine par n^2 grâce à $(n+1)^2 = n^2+2n+1$.
On vérifie $43^2 < 1935 < 44^2$;
comme $1935 = 1936 - 1$, le nombre situé sous 1935 est $2025 - 2$ c'est-à-dire 2023.

Exercice n°7 — Parfum de maths !

8 points



Le théorème de Pythagore appliqué au triangle AHC rectangle en H permet le calcul de AH.

$$\text{AH}=\sqrt{34^2-16^2} = 30 \text{ mm}$$

Soit R le rayon inconnu du bouchon. Puisque la hauteur totale est 96 mm on obtient :

$$R + \text{BH} = 96 \text{ mm - } 34 \text{ mm - } 30 \text{ mm} = 32 \text{ mm}$$

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle BHC rectangle en H permet d'obtenir :

$$R^2 = 16^2 + \text{BH}^2$$

Or BH = 32 - R donc $R^2 = 16^2 + (32-R)^2$ d'où $64R = 1280$.

Soit $R = 20$ mm. Le diamètre du bouchon doit être de 40 mm.

Exercice n°8 — La vache en cubes

8 points

1. Pour le premier cube pris au hasard :
   Il y a une une chance sur 5 de le mettre dans le bon emplacement
   Il y a une une chance sur 6 pour que ce soit la bonne face qui apparaisse
   Il y a une une chance sur 4 de le mettre dans le bon sens.
   $\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{120}$
   Donc il y a une chance sur 120 que le cube soit correctement placé.

2. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{120}$
   Donc il y a une chance sur 120 que les 5 cubes soient à leur place.

3. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{955514880}$

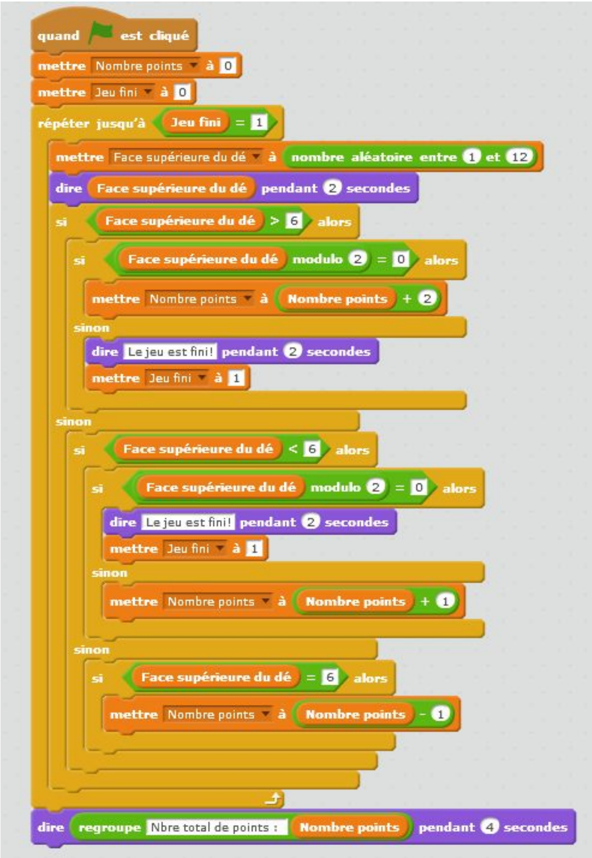
   Donc il y a bien environ une chance sur un milliard de terminer le puzzle de la vache.

Exercice Informatique-Algorithmique | Un impair ou un pair et on perd !

12 points

1. 1. Avec la séquence 8, 6, 5, 3 et 11, on marque 3 points.
2. 2. Avec la séquence 5, 12, 6, 8, 9 et 3, on marque 4 points et après avoir fait 9 le jeu se termine donc il n'a pas pu faire un 3 ensuite.

3.




```python
from random import*
S=0
P=True
while P==True:
    de=randint(1,12)
    print(de)
    if de >6 :
        if de %2 ==0:
            S=S+2
        else :
            P=False
    if de <6:
        if de %2==0:
            P=False
        else :
            S=S+2
    if de ==6:
        P=False
        S=S-1
print("le nombre de point est ",S)
```