

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - Décembre 2022

3^e : Exercices 1 à 6 et Info/Algo

2^{de} : Exercices 1 à 8 et Info/Algo

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.

Les solutions partielles seront examinées.

Bon courage et rendez-vous le 7 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

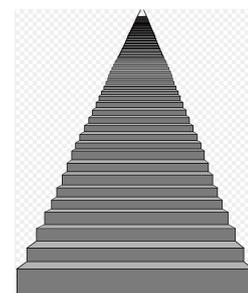
Vaillant Michel!

5 points

Lors d'un voyage en Asie, Michel, par défi sportif, veut gravir l'escalier de l'une des plus hautes tours du monde de façon originale. Il décide de le monter par sauts successifs.

Au premier saut il monte d'une marche, au deuxième saut de deux marches, au troisième saut de trois marches, au quatrième saut de quatre marches. Au cinquième saut, il recommence par une marche, deux marches au sixième saut, puis progresse comme avant et ainsi de suite...

1. A quelle marche se trouve-t-il au bout de 73 sauts ?
2. Toujours vaillant après avoir passé 2000 marches, il se demande s'il posera le pied sur la 2023^e marche. Qu'en pensez-vous ?



Exercice n°2

Éteindre le feu

5 points

Lors des incendies, il est fréquent que les pompiers utilisent des avions bombardiers d'eau aussi appelés canadairs.

En Gironde en juillet 2022, les canadairs utilisés contenaient un réservoir de 6 000 litres d'eau. Lors de l'écopage (phase de remplissage à plein du réservoir) le canadair vole à une vitesse de 110 km/h et le remplissage se fait avec un débit de 0,5 m³/s.

Le 24 juillet 2022, 2 canadairs ont été utilisés pendant 8 heures sans faire de pause. La durée d'une rotation pour chacun des 2 avions (c'est à dire du remplissage au largage puis retour au plan d'eau) était de 3 minutes.

1. Quelle distance parcourt un canadair lors d'un écopage ?
2. Quel volume d'eau les canadairs ont-ils largué le 24 juillet ?



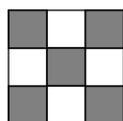
Exercice n°3

5 chocolats³ en boîte²

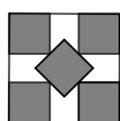
8 points

La confiserie Pick veut vendre ses délicieux chocolats par 5 dans des petites boîtes en bambou. Les chocolats sont des cubes de 3 cm de côté. La boîte est à base carrée et de hauteur 3 cm.

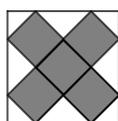
Pour cela chacun des 3 employés soumet un projet esthétique de disposition des chocolats.



Projet de Yann



Projet de Catherine



Projet de Jérôme

Pour des raisons écologiques et économiques, on souhaite que la base carrée soit la plus petite possible. Quel projet va-t-on retenir ?

Exercice n°4

Le codage Fairplay de Playfair

9 points

Le codage Playfair, a été popularisé par Lyon Playfair, mais il a été inventé par Sir Charles Wheatstone, un des pionniers du télégraphe électrique. Ce codage nécessite une grille 5×5 contenant 25 lettres.

Pour la créer, on utilise les 26 lettres de l'alphabet auxquelles on enlève le W et on place les 25 lettres restantes dans un ordre que l'on choisit dans une grille 5×5 vierge. Pour le codage, on remplace les W du texte par des V.

Le texte à coder est d'abord découpé en groupes de deux lettres à partir de la première.

Si le nombre de lettres du texte est impair alors la dernière lettre est conservée sans être codée. Ensuite, on code chaque couple de lettres en utilisant le principe décrit ci-dessous avec la grille donnée en exemple.

a Si deux lettres sont sur la même ligne, on prend les deux lettres qui les suivent immédiatement à leur droite. Exemples : FJ sera remplacé par US et VE par EC.

b Si deux lettres sont sur la même colonne, on prend les deux lettres qui les suivent immédiatement en dessous. Exemples : BJ sera remplacé par JL et RM par ID.

c Si les deux lettres sont identiques on les considère comme étant sur la même ligne, on prend donc deux fois la lettre qui suit à droite.

Exemples : AA sera remplacé par RR et ZZ par BB.

d Si les deux lettres ne sont ni sur la même colonne ni sur la même ligne (par exemple : O et K), elles sont donc sur les coins d'un rectangle, elles sont alors codées par les deux lettres figurant sur les deux autres coins du rectangle (donc V et A). La première des deux lettres codées est sur la même ligne que la première lettre à coder.

Exemples : BI devient DC, GO devient YV.

B	Y	D	G	Z
J	S	F	U	P
L	A	R	K	X
C	O	I	V	E
Q	N	M	H	T

A	R	K
O	I	V

Mathilde et Maëlle utilisent ce système de codage avec la grille ci-dessus pour communiquer en toute discrétion.

1. Aider Maëlle à coder le message suivant : JE PEUX JOUER DEMAIN MATIN
2. Décoder le message que Mathilde lui a envoyé en réponse : PCYIOFSRMIITOPZIEIMIS

3. Les filles ont dû changer leur grille de codage. Mathilde envoie : JTFDXQSXEKKQIYRKLU qui veut dire PEUT ETRE SAMEDI SOIR.
Compléter la grille ci-contre pour trouver la grille de codage utilisée par Mathilde.

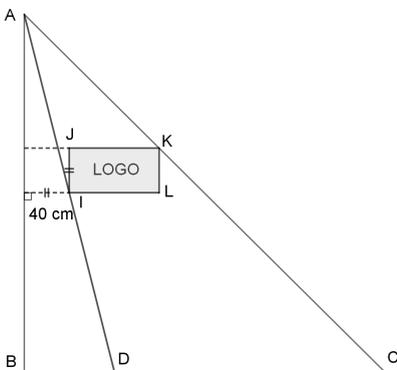
		Z		
X				E
L	N			
O	C	M		
H	P	G	V	

Exercice n°5

Le logo prend la voile

6 points

Un fabricant de voiles inscrit son logo rectangulaire selon le même procédé sur toutes les voiles de ses créations. La hauteur du logo est toujours de 40 cm mais la largeur varie selon les dimensions de la voile (voir schéma ci-dessous).



Il utilise le procédé suivant pour placer son logo rectangulaire IJKL sur une voile triangulaire ABC :

- placer le point D sur [BC] tel que BD soit égale à un quart de BC
- placer le point I sur [AB] tel que la distance de I à [AB] soit de 40 cm
- placer le logo rectangulaire IJKL tel que (IL) et (BC) soient parallèles et que K appartienne à [AC].

1. Réaliser une figure à l'échelle $\frac{1}{20}$ dans le cas où ABC est un triangle rectangle isocèle en B tel que $BC = 3,6$ m.
2. Calculer l'aire du logo dans ce cas.

Exercice n°6

Triangle and squares

5 points

What is the number under 1935 ?

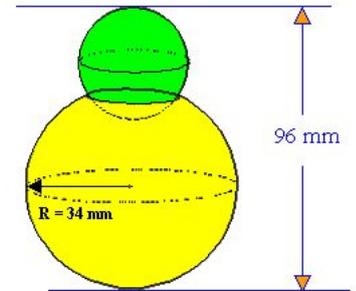
Explain your reasoning.

				1				
				2	3	4		
			5	6	7	8	9	
	10	11	12	13	14	15	16	
	17	18	19	20	21	22	23	24
26	27	28	25

Exercice n°7**Parfum de maths !****8 points**

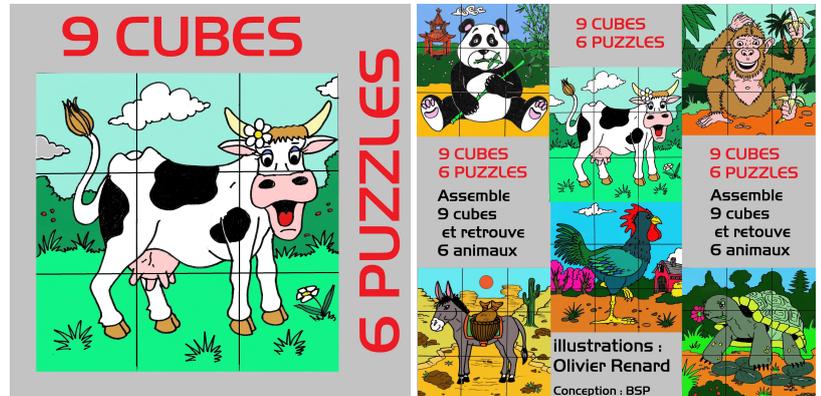
Un flacon de parfum de forme sphérique de 68 mm de diamètre possède un orifice circulaire de 32 mm de diamètre. Un bouchon sphérique se pose sur l'orifice (voir dessin ci-contre).

Quel doit-être le diamètre de ce bouchon pour que le flacon bouché ait une hauteur totale de 96 mm ?

**Exercice n°8****La vache en cubes****8 points**

Une boîte à puzzle est composée de 9 cubes qui peuvent former six puzzles comme indiqué sur les deux figures ci-contre.

Mathilde a commencé à faire le puzzle de la vache mais ne l'a pas terminé. Elle a juste placé correctement 4 cubes : les deux cubes qui représentent la queue ainsi que le cube central et celui représentant le mufle de la vache.



1. Son père constate, amusé, que sa fille n'est pas allée très loin dans la réalisation du puzzle. Sans faire attention, il prend un des cinq cubes restants et le place au hasard dans une place restante de la boîte.
Quelle est la probabilité que le cube soit placé correctement pour continuer le puzzle de la vache ?
2. Il range toujours au hasard les 4 derniers cubes restant dans la boîte.
Quelle est la probabilité que les 5 cubes placés par le père soient tous à la bonne place, mais pas nécessairement sur la bonne face ou dans le bon sens ?
3. La grande sœur de Mathilde regarde les cubes dans la boîte et constate que le puzzle de la vache est reconstitué. Admirative, elle dit à son papa : « Waouh, papa t'es trop fort, tu avais environ une chance sur un milliard de finir correctement le puzzle au hasard. ». Qu'en pensez-vous ?

Exercice Informatique-Algorithmique**Un impair ou un pair : on perd !****12 points**

Le jeu de dé Ralmat se joue avec un dé en forme de dodécaèdre régulier dont les 12 faces sont numérotées de 1 à 12. Chaque joueur commence la partie avec 0 point et le gagnant est celui qui a le maximum de points.

Tant que la partie n'est pas finie le joueur relance le dé et cumule les points (positifs ou négatifs) en respectant la règle ci-dessous.

- **Si** la face du dé est strictement supérieure à 6 **alors**
 - si le nombre est pair alors on gagne 2 points et si le nombre est impair alors la partie est finie.
- **Si** la face du dé est strictement inférieure à 6 **alors**
 - si le nombre est pair alors la partie est finie et si le nombre est impair alors on gagne 1 point.
- **Si** la face du dé est égale à 6 **alors** on perd 1 point.

1. Le premier joueur obtient la séquence suivante : 8, 6, 5, 3 et 11. Combien de points a-t-il marqués ?
2. Le second joueur prétend avoir marqué 5 points avec la séquence : 5, 12, 6, 8, 9 et 3. Est-ce possible ?
3. Concevoir un programme Scratch ou Python qui simule la partie d'un joueur et donne la séquence des faces des dés et le score obtenus.

Aide Scratch : L'opérateur `nombre aléatoire entre 1 et 12` renvoie un nombre aléatoire entier entre 1 et 12.

L'opérateur `modulo 2` avec comme second argument le nombre 2, renvoie 0 si le premier argument est pair et 1 sinon.

Aide Python : Après avoir mis la commande `from random import*` en début de script, la commande `randint(1,12)` renvoie un nombre aléatoire entier entre 1 et 12.

La commande `%2` renvoie 0 si le nombre précédant la commande `%2` est pair et 1 si il est impair.

Consigne : Enregistrer votre programme, même non terminé, sur la clef USB sous le nom : numéro département - nom d'établissement - classe.