Exemple de construction d'un séquence : notions de fonction en seconde

Elle est organisée et articulée sur un temps relativement court, 2 semaines :

- les temps de recherche qui permettront à l'élève de faire connaissance avec le contenu mathématique,
- les temps de familiarisation avec ce contenu,
- les temps de réinvestissement des nouveautés,
- les temps de contextualisation de ces notions dans son environnement,
- les temps d'institutionnalisation : le « cours »

1. L'EVALUATION DIAGNOSTIQUE

Pourquoi ?

Parce que c'est un outil essentiel pour gérer positivement l'hétérogénéité dans les classes.

- Elle ne vise pas à réaliser un bilan global, mais à cartographier l'état des acquisitions chez un élève donné à un moment précis;
- Elle permet de mesurer les acquis sur les connaissances et les savoir-faire mais aussi sur les compétences.
- Ce diagnostic ne peut pas être noté.

A quel moment l'organiser ?

- A des moments où l'apprentissage n'est pas achevé, donc:
  - Soit en début de ce processus d'apprentissage;
  - Soit au cours de ce processus.

Pour quels objectifs ?

- Pour permettre d'anticiper les difficultés des élèves sur un thème d'apprentissage donné.
- Pour permettre à ceux qui possèdent des lacunes de les réduire avant qu'elles ne deviennent des obstacles infranchissables dans l'étude du thème.

Comment l'organiser ?

- Les contenus évalués se limitent aux seuls éléments dont la maîtrise est indispensable à l'élève pour qu'il puisse entrer avec profit dans le travail prévu ultérieurement en classe.
- La passation s'effectue au moins trois semaines avant la reprise du travail prévue en classe.
- La passation dure entre 5 et 15 minutes (seules les compétences et les connaissances indispensables à la reprise de l'étude sont évaluées).
- La correction d'un test n'excède pas une minute par élève.

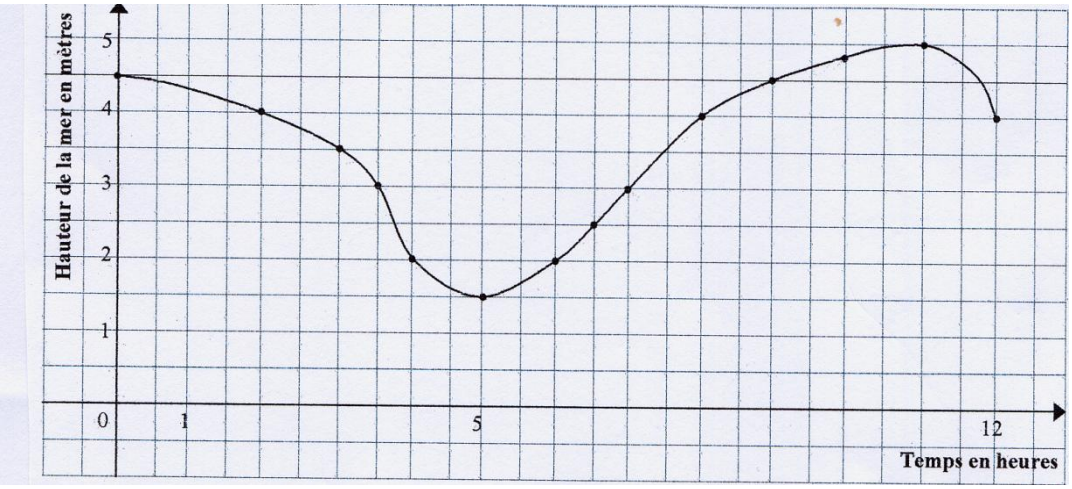
Quelles suites données à cette évaluation ?

Au cours de ces trois semaines, les remises à niveau que le test fait apparaître comme indispensables sont effectuées.

Exemple d'évaluation diagnostique sur la séquence : Notions de fonction

1. **Lire des informations sur une courbe :**

   Le graphique ci-dessous donne le niveau de la mer en mètre dans le port de Brest pendant 12 heures. Toutes les informations sont données par ce graphique.



   a) Quel est le niveau de la mer à 2 heures ? ……..

   b) Quel est le niveau de la mer à 8 heures ? ……..

   c) A quelle heure le niveau de la mer est de 3 mètres ?.....

   d) A quelle heure le niveau de la mer est de 2 mètres ?.....

2. **Connaitre le vocabulaire des fonctions**

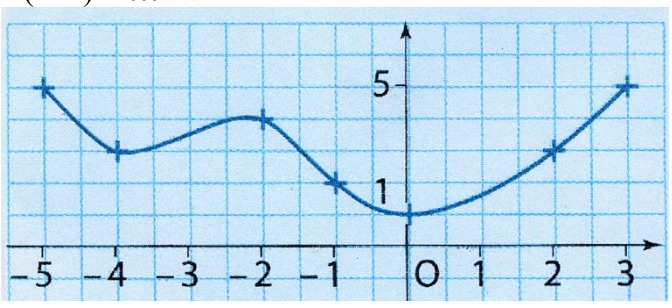
   La courbe ci-dessous définit une fonction f.

   Recopier et compléter chaque affirmation.

   a) Déterminer l'image de 3 par f

   b) Déterminer le (ou les) antécédents(s) de 2 par f.

   c) f(0) = … et f(– 2) = …



3. **Lire des informations sur un tableau**

   Le tableau suivant définit une fonction f.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	8	8	5	2	–3	–9	–12	–13	–15

   a) Quelle est l'image de 5 par f ?

   b) Quel(s) est (sont) le(s) antécédent(s) de 8 par f ?

2. L'ACTIVITE D'INTRODUCTION

C'est le moment de la première rencontre avec la notion enseignée. Il s'agit avant tout d'introduire une nouvelle notion en prouvant l'efficacité et la pertinence dans le cadre d'un problème à résoudre.

Exemple d'activité d'introduction sur la séquence notions de fonction: la création d'un jardin

Fiche professeur

I – Thème et contexte

Cette activité est destinée aux élèves de seconde pour l'introduction de la notion de fonction.

II - Objectifs

- Apprentissage d'un logiciel de géométrie dynamique ;
- Apprendre à conjecturer et vérifier la conjecture ;
- Révision de divers calculs d'aires ;
- Résolution graphique et algébrique d'une équation.

III – Logiciel utilisé : GeoGebra

IV – Déroulement

Travail individuel puis en petits groupes avec des mises en commun.

V – Commentaires

Une analyse, *a priori*, nous fait penser que ce problème concret, permet :

- de passer d'un cadre géométrique qui pour l'élève, donne du sens au problème, à un cadre algébrique (formulation algébrique de l'aire en fonction de la variable AP = x). Il convient que les élèves connaissent l'aire d'un carré et l'aire d'un triangle.
- De faire apparaitre l'idée de variation d'une fonction sur un intervalle de définition : il ne s'agit pas d'une étude rigoureuse, mais simplement d'amener des conjectures et de faire avancer l'idée de la variation.
- De rechercher le minimum d'une fonction avec des méthodes approximatives.
- D'user de tableaux de valeurs : les élèves ne sont pas étrangers à ces tableaux, ils font partie d'un domaine qui leur est familier.
- L'usage d'une représentation graphique élaborée à partir de la donnée de quelques points.

Le passage d'une phase à une autre se légitimant par la nécessité ou l'utilité de faire apparaitre un nouvel outil. Cette gestion s'est faite en alternant travaux individuels, ou en petits groupes avec des mises en commun.

Phase 1 : phase de conjecture
Après la distribution de l'énoncé, le travail des élèves consiste à construire la figure à l'aide du logiciel GeoGebra et à formuler des conjectures. La mise en commun qui est un élément important du dispositif de l'activité, conduit à la formulation de conjectures.
Remarque : il convient de laisser assez de temps pour que les élèves puissent formuler effectivement des conjectures.

Phase 2 :
Les diverses conjectures sont énoncées ; toutes ne peuvent pas être vraies. C'est là qu'apparaît pour les élèves la nécessité d'étudier les variations de l'aire pour trancher entre les diverses conjectures. C'est à ce moment là, que l'enseignant propose de dresser un tableau de valeurs.

« *Pour différentes valeurs de la distance AP, calculer l'aire du jardin. Présenter les résultats dans un tableau et conclure. Ranger les valeurs de AP dans l'ordre croissant* »

Phase 3 :

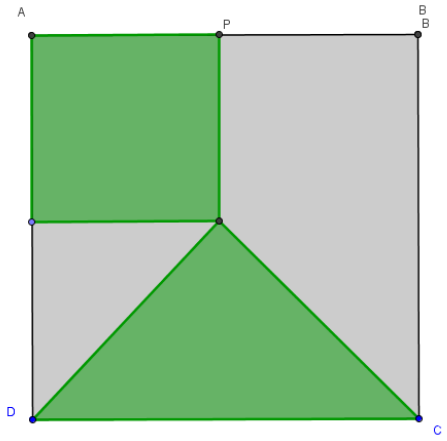
Il apparait, la nécessité d'exprimer l'aire du jardin au moyen d'une formule.
La formulation algébrique est ainsi une alternative à une procédure familière mais rendue insatisfaisante par la situation. Le professeur guide les élèves pour qu'il propose de déterminer l'aire du rectangle en fonction de AP, de poser AP = x, et d'appeler l'aire trouvée f(x). Les élèves arrivent à trouver sans trop de peine l'expression de f(x).
On peut, bien sûr, réutiliser cette activité dans la suite du cours sur les fonctions.

Conclusion :

Ce qui est important, c'est le sens que les élèves vont attribuer aux objets mathématiques enseignés. Cette question du sens ne saurait se limiter aux activités d'introduction, elle est bien présente à tout moment.
On ne saurait caractériser une activité uniquement par l'énoncé brut du problème qui la fonde, mais qu'il convient d'examiner comment va s'organiser la dynamique de l'activité dans la classe.
Le travail de construction du sens d'un concept est à inscrire dans le temps de l'ensemble des activités (cours et exercices) mettant les élèves en contact avec celui-ci.

Fiche élève

Une entreprise paysagiste doit créer un espace « *jardin et terrasse* » sur un terrain ABCD de forme carrée de côté 8 m. le projet présenté au client, modifiable à souhait, est schématisé sur la figure ci-dessous. La partie jardin est colorée en vert (carré et triangle ayant un sommet commun). La terrasse occupe le reste du terrain. Le point P peut occuper n'importe quelle position sur le segment [AB].



Au cours des échanges entre le client et le paysagiste, diverses questions sont posées.

- Est-il possible que l'aire du jardin soit égale à la moitié de celle du terrain ?
- Est-il possible que l'aire du jardin soit égale au quart de l'aire du terrain ?
- Est-il possible de faire en sorte que l'aire du jardin soit minimale ?

A l'aide du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra, construire une figure pour aider le paysagiste à répondre à ces questions.

3. L'INSTITUTIONNALISATION

L'enseignant pourra s'appuyer sur l'activité d'introduction pour construire le cours.

4. EXEMPLES D'EXERCICES

Exercice 1

Algorithme

- Choisir un nombre,
- L'élever au carré,
- Retrancher trois fois le nombre de départ,
- Afficher le résultat obtenu f(x).

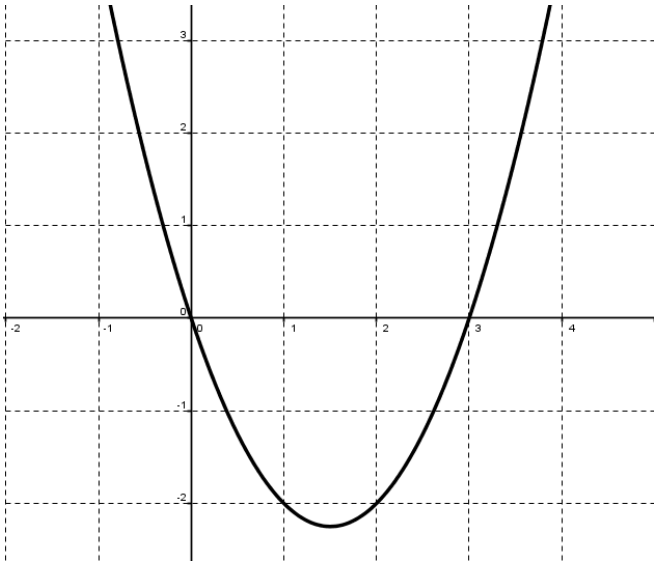
Tableau de valeurs

x	–1	0	1	2	3
f(x)		0	- 2	– 2	0

Formule algébrique

f(x) = …..

Graphique



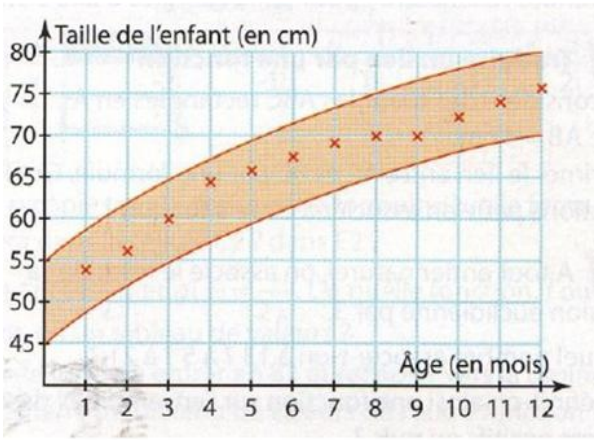
a) Avec l'algorithme, vérifier que f(2) = –2 et compléter le tableau avec l'image de -1.
b) Donner la formule algébrique de f(x) pour tout nombre réel x.
c) Choisir le mode le plus pertinent pour déterminer :

- f(1) ;
- les antécédents de 4 par f ;
- $f(-\frac{2}{3})$

d) Transformer l'expression algébrique de f pour faire apparaître les antécédents de 0 par f.

Exercice 2

Dans le carnet de santé de Léa, on trouve une courbe de taille. Celle-ci permet à priori de déterminer si la croissance du bébé est « normale » (son interprétation doit tenir comptes de la taille des parents). Les relevés de Léa sont les croix rouges.



a) Que peut-on dire d'un enfant qui mesure 58 cm à la naissance ? 65 cm à 9 mois ?
b) Dans les questions suivantes, précisez si la recherche porte sur « antécédent » ou « image » avant de répondre :
Quelle était la taille de Léa à 9 mois ? Quand Léa a-t-elle mesuré 70 cm ?
c) Dans les phrases suivantes, peut-on remplacer « dépend de » par « est fonction de» :
La taille de Léa dépend de son âge.
L'âge de Léa dépend de sa taille.

Exercice 3 : utilisation d'un algorithme de calcul

Voici un programme de calcul :

- Choisir deux nombres a et b entre 1 et 9,
- Multiplier a par 5 ;
- Ajouter 7 ;
- Doubler le résultat obtenu ;
- Ajouter b ;
- Soustraire 14.

1. Appliquer ce programme de calcul 5 fois et compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de a					
Valeur de b					
Valeur de c					

2. Qu'observez-vous ?

3. Un algorithme est un énoncé d'une suite d'instructions permettant de donner la réponse à un problème.

   Il comprend :

- Une phase d'initialisation on entre les données ;
- Une phase de traitement du problème ;
- Une phase de sortie des résultats ;

Compléter le tableau suivant :

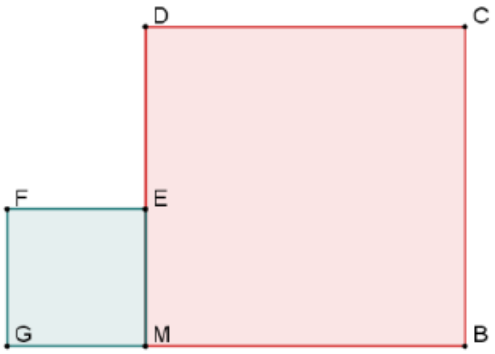
Algorithme
Variables : ……
Entrées : Saisir …
Saisir …
Traitement :
… prend la valeur …
… prend la valeur …
… prend la valeur …
… prend la valeur …
… prend la valeur …
Sortie : afficher : …

4. Démontrer votre conjecture faite à la question 2.

Exercice 4 : modélisation par une fonction

Le segment [GB] mesure 8cm. Pour tout point M du segment [GB], on construit le carré GMEF et le carré MBCD du même côté de la droite (GB).

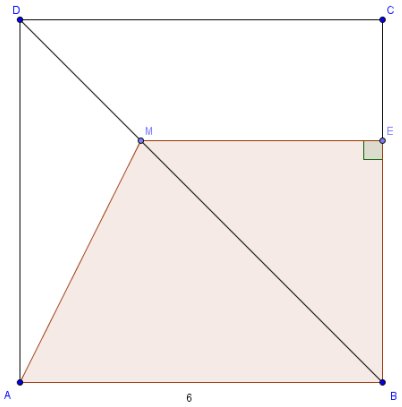
1. Déterminer l'aire de la figure formée par les deux carrés pour GM=3 et GM=6.
2. Exprimer par une formule le lien entre GM et l'aire de la figure.
3. Modéliser cette situation par une fonction f.
   Préciser la variable et l'ensemble de définition.



5. DEVOIR EN TEMPS LIBRE

Un devoir en temps libre est un espace de liberté pédagogique pour permettre la maîtrise des mathématiques (formalisation, rédaction), le développement de l'autonomie des élèves et aussi pour sortir des difficultés (DTL non rendu, devoirs identiques).
Il vaut mieux donner les devoirs en temps libre souvent avec une production courte que rare avec une production longue.
Ils peuvent prendre des formes variées :

1. résolution d'un problème comportant des questions plus ou moins ouvertes,
2. mise au point d'exercices étudiés (totalement ou partiellement) en classe,
3. constitution d'un dossier sur un thème donné,
4. rapport de synthèse sur un thème d'étude,
5. analyse critique d'un texte mathématique,
6. recherche d'exemples ou de contre exemples,
7. construction d'une figure géométrique assortie du programme de construction ou analyse de cette construction,
8. analyse de documents de la vie courante,
9. production d'un document à l'aide d'un logiciel,
10. …

Exemple

ABCD est un carré de côté 6 cm. Le point E est un point du segment [BC]. La parallèle à (AB) passant par E coupe la diagonale [BC] en M.
Peut-on placer E sur [BC] de telle sorte que l'aire du trapèze ABEM soit égale à la moitié de celle du carré ABCD ?