

Collège

Mathématiques

Mai 2008

Mathématiques

Préambule pour le collège

Ce préambule complète l'introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques et technologique à laquelle il convient de se référer.

1. Finalités et objectifs

À l'école primaire, une proportion importante d'élèves s'intéresse à la pratique des mathématiques et y trouve du plaisir. Le maintien de cet intérêt pour les mathématiques doit être une préoccupation du collège. Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable, avec son lot de questions ouvertes, de recherches pleines de surprises, de conclusions dont on parvient à se convaincre. Une telle activité, accessible aux élèves, a une valeur formatrice évidente et leur permet d'acquérir les savoirs et savoir-faire qui leur seront nécessaires.

1.1. Les mathématiques comme discipline de formation générale

Au collège, les mathématiques contribuent, avec d'autres disciplines, à entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique. L'objectif est de développer conjointement et progressivement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique. Elles contribuent ainsi à la formation du futur citoyen.

À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves prennent conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique : identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution.

1.2. L'outil mathématique

Les méthodes mathématiques s'appliquent à la résolution de problèmes courants. Elles ont cependant leur autonomie propre et l'efficacité des concepts qu'elles étudient, due à leur universalité, leur permet d'intervenir dans des domaines aussi divers que les sciences physiques, les sciences de la vie et de la Terre, la technologie, la géographie... Certaines de ces disciplines entretiennent des liens très étroits avec la discipline mathématique qui leur apporte l'efficacité de ses outils et, en retour, nourrit sa réflexion des problèmes qu'elles lui soumettent.

L'enseignement tend à la fois à développer la prise de conscience de cette autonomie par les élèves et à montrer que l'éventail des utilisations est très largement ouvert. Au collège, est visée la maîtrise de techniques mathématiques élémentaires de traitement (organisation de données, représentations, mises en équation) et de résolution (calculs et équations bien sûr, mais aussi constructions). Leur emploi dans la prévision et l'aide à la décision est précieux dans de multiples circonstances, de la gestion familiale à l'activité scientifique ou professionnelle.

1.3 Les mathématiques comme discipline d'expression

Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation. Avec d'autres disciplines, les mathématiques ont également en charge l'apprentissage de différentes formes d'expression autres que la langue usuelle (nombres, symboles, figures, tableaux, schémas, graphiques) ; elles participent ainsi à la construction de nouveaux langages. L'usage largement répandu des moyens actuels de traitement de l'information et de communication exige une bonne maîtrise de ces formes variées d'expression.

1.4. Les mathématiques et l'histoire des arts

L'enseignement des mathématiques contribue à sensibiliser l'élève à l'histoire des arts dans la continuité de l'enseignement assuré à l'école primaire. Situées dans une perspective historique, les œuvres appartiennent aux six grands domaines artistiques définis dans le programme d'histoire des arts. Ces œuvres permettent d'effectuer des éclairages et des croisements en relation avec les autres disciplines : au sein des « arts de l'espace », peuvent, par exemple, être abordés certains principes géométriques utilisés dans l'architecture et dans l'art des jardins (Vauban, Le Nôtre, etc.) ; « les arts du visuel » permettent, par exemple, d'aborder la question de la perspective, les constructions en pavages ; dans les « arts du langage » certains procédés de construction littéraire s'appuient sur des principes mathématiques. Les thématiques proposées dans l'enseignement de l'histoire des arts, par exemple « Arts, espace, temps » ou « Arts et innovations techniques », permettent d'introduire quelques grands repères dans l'histoire des sciences, des techniques et des arts.

2. Le socle commun

Le socle commun de connaissances et de compétences recouvre en mathématiques la quasi totalité des champs du programme, la différence entre le programme proprement dit et le socle commun résidant surtout dans le degré d'approfondissement et dans l'expertise attendue. De plus, pour la maîtrise de nombreux concepts, un temps d'appropriation plus important est laissé aux élèves.

Certes, quelques connaissances inscrites dans les programmes ne figurent pas dans les compétences du socle (trigonométrie, équation, fonctions, ...) mais c'est essentiellement au niveau des capacités attendues et des activités proposées que la différence entre les exigibles apparaît. Elles sont identifiées dans les programmes par un recours aux caractères italiques, signalé systématiquement.

Sur deux points importants, le socle commun se démarque de façon importante du programme :

- dans le domaine du calcul littéral, les exigences du socle ne portent que sur les expressions du premier degré à une lettre et ne

comportent pas les techniques de résolution algébrique ou graphique de l'équation du premier degré à une inconnue ;

- dans le domaine géométrique, les élèves doivent apprendre à raisonner et à argumenter, mais l'écriture formalisée d'une démonstration de géométrie n'est pas un exigible du socle.

De plus, il faut prendre en compte, à propos des connaissances et capacités relatives aux nombres en écriture fractionnaire, que le travail sur les quotients est exigeant et doit être conduit sur les quatre années de collège. Au niveau des exigibles du socle commun, toute technicité est exclue, puisque – dans l'esprit général du socle – on se limite à des problèmes simples, proches de la vie courante, utilisant des nombres en écriture fractionnaire.

3. Organisation des contenus

Les quatre parties des programmes des classes du collège s'organisent autour des objectifs suivants :

• organisation et gestion de données, fonctions

- maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ;
- approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ;

- s'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ;

- acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive et se familiariser avec les notions de chance et de probabilité.

• nombres et calcul

- acquérir différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants ;

- se représenter la droite graduée complète, avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés ;

- poursuivre l'apprentissage du calcul sous toutes ses formes : mental, posé, instrumenté ;

- assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation).

• géométrie

- passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure) ;

- isoler dans une configuration les éléments à prendre en compte pour répondre à une question ;

- être familiarisé avec des représentations de l'espace, notamment avec l'utilisation de conventions usuelles pour les traitements permis par ces représentations ;

- découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries : symétries axiales et centrales ;

- se constituer un premier répertoire de théorèmes et apprendre à les utiliser.

• Grandeurs et mesure

- se familiariser avec l'usage des grandeurs les plus courantes (longueurs, angles, aires, volumes, durées) ;

- connaître et utiliser les périmètres, aires et volumes des figures planes et des solides étudiés ;

- calculer avec les unités relatives aux grandeurs étudiées, ainsi qu'avec les unités de quelques grandeurs quotients et grandeurs produits.

Ces programmes sont construits de manière à permettre une acquisition et un approfondissement progressifs des notions sur toute la durée du collège. Leur mise en œuvre est enrichie par l'emploi des instruments actuels de calcul, de dessin et de traitement (calculatrices, ordinateurs).

4. Organisation des apprentissages et de l'enseignement

Les enseignants ont le libre choix de l'organisation de leur enseignement, dans le respect des programmes. Il importe cependant d'éviter l'émiettement des savoirs et des méthodes et de faciliter leur bonne structuration, en particulier en vue d'une initiation progressive au raisonnement déductif.

Une difficulté de l'enseignement au collège vient de la double nécessité de traiter la totalité du programme et d'assurer à tous les élèves la maîtrise des éléments du socle. En mathématiques, c'est à travers une pédagogie différenciée basée sur la résolution de problèmes et la mise en activité de la totalité des élèves que ce double objectif peut être atteint.

Il est nécessaire d'entretenir les capacités développées dans les classes antérieures, indispensables à la poursuite des apprentissages et à la maîtrise du socle commun par tous les élèves. Cet entretien doit être assuré non par des révisions systématiques mais par des activités appropriées, notamment des résolutions de problèmes.

4.1. Une place centrale pour la résolution de problèmes

La compréhension et l'appropriation des connaissances mathématiques reposent sur l'activité de chaque élève qui doit donc être privilégiée. Pour cela, et lorsque c'est possible, sont choisies des situations créant un problème dont la solution fait intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci sont bien maîtrisées, elles fournissent à leur tour de nouveaux « outils », qui permettent un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente. Ainsi, les connaissances peuvent prendre du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout. Les situations choisies doivent :

- prendre en compte les objectifs visés et une analyse préalable des savoirs en jeu, ainsi que les acquis et les conceptions initiales des élèves ;

- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne reposer que sur des consignes simples et n'exiger, au départ, que des connaissances solidement acquises par tous ;

- créer rapidement un problème assez riche pour provoquer des conjectures ;

- rendre possible la mise en jeu, puis la formulation des notions ou des procédures dont l'apprentissage est visé ;

- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également un moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise. Pour cela, les situations plus ouvertes, dans lesquelles les élèves doivent solliciter en autonomie les connaissances acquises, jouent un rôle important. Leur traitement nécessite initiative et imagination et peut être réalisé en faisant appel à différentes stratégies qui doivent être explicitées et confrontées, sans nécessairement que soit privilégiée l'une d'entre elles.

L'utilisation d'outils logiciels est particulièrement importante et doit être privilégiée chaque fois qu'elle est une aide à l'imagination, à la formulation de conjectures ou au calcul. Cette utilisation se présente sous deux formes indispensables, notamment dans le cadre des compétences du socle commun : l'usage d'un vidéoprojecteur en classe et l'utilisation par les élèves d'ordinateurs « en fond de classe » ou en salle informatique.

4.2. Une prise en compte des connaissances antérieures des élèves

L'enseignement prend en compte les connaissances antérieures des élèves : mise en valeur des points forts et repérage des difficultés de chaque élève à partir d'évaluations diagnostiques. Ainsi l'enseignement peut-il être organisé au plus près des besoins des élèves, en tenant compte du fait que tout apprentissage s'inscrit

nécessairement dans la durée et s'appuie sur les échanges qui peuvent s'instaurer dans la classe.

Il convient de faire fonctionner les notions et « outils » mathématiques étudiés au cours des années précédentes dans de nouvelles situations, autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision. En sixième, particulièrement, les élèves doivent avoir conscience que leurs connaissances évoluent par rapport à celles acquises à l'école primaire.

4.3. L'importance des mises en cohérence

Pour être efficaces, les connaissances doivent être identifiées, nommées et progressivement détachées de leur contexte d'apprentissage.

D'une part, toute activité (qui peut s'étendre sur plusieurs séances) doit être complétée par une synthèse. Celle-ci doit porter sur les quelques notions mises en évidence (définitions, résultats, théorèmes et outils de base) que, désormais, les élèves doivent connaître et peuvent utiliser. Elle est aussi l'occasion de dégager les méthodes de résolution de problèmes qui mettent en œuvre ces notions. Il convient, en effet, de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais en place et donc directement utilisables.

D'autre part, il est nécessaire de proposer des situations d'étude dont le but est de coordonner des acquisitions diverses. Dans cette optique, l'enseignant réalise, avec les élèves, des synthèses plus globales, à l'issue d'une période d'étude et propose des problèmes dont la résolution nécessite l'utilisation de plusieurs connaissances. Le traitement de ces problèmes permet de souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques, que ce soit dans d'autres disciplines ou dans la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques...). Certains problèmes peuvent prendre appui sur des éléments empruntés à l'histoire des mathématiques. Les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel...) sont également utilisés chaque fois que leur usage est justifié.

4.4. La nécessité des mémorisations et des réflexes intellectuels.

En mathématiques, les concepts, les connaissances et les méthodes s'élaborent et s'organisent progressivement à partir des savoirs antérieurs, pour former un ensemble structuré et cohérent.

Ainsi l'activité mathématique, centrée sur la résolution de problèmes, nécessite-t-elle de s'appuyer sur un corpus de connaissances et de méthodes, parfaitement assimilées et totalement disponibles.

En effet, pour être autonome dans la résolution d'un problème et donc être en capacité de prendre des initiatives, d'imaginer des pistes de solution et de s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes qui facilitent le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique tout en élargissant le champ des démarches susceptibles d'être engagées.

Ces nécessaires réflexes intellectuels s'acquièrent dans la durée sous la conduite du professeur. Ils se développent en mémorisant et en automatisant progressivement certaines procédures, certains raisonnements particulièrement utiles, fréquemment rencontrés et qui ont valeur de méthode. Toutefois un automatisme n'est pas un moyen pour comprendre plus vite ; il permet simplement d'aller plus vite lorsque l'on a compris. Si leur acquisition nécessite des exercices d'entraînement et mémorisation, référés à des tâches simples, ces exercices ne sauraient suffire. En effet, pour être disponibles, les automatismes doivent être entretenus et régulièrement sollicités dans des situations où ils font sens.

4.5. Une initiation très progressive à la démonstration

La question de la preuve occupe une place centrale en mathématiques. La pratique de l'argumentation pour convaincre autrui de la validité d'une réponse, d'une solution ou d'une proposition ou pour comprendre un « phénomène » mathématique a commencé dès l'école primaire et se poursuit au collège pour faire accéder l'élève à cette forme particulière de preuve qu'est la

démonstration. Si, pour cet objectif, le domaine géométrique occupe une place particulière, la préoccupation de prouver et de démontrer ne doit pas s'y cantonner. Le travail sur les nombres, sur le calcul numérique, puis sur le calcul littéral offre également des occasions de démontrer.

À cet égard, deux étapes doivent être clairement distinguées : la première, et la plus importante, est la recherche et la production d'une preuve ; la seconde, consistant à mettre en forme la preuve, ne doit pas donner lieu à un formalisme prématuré. En effet des préoccupations et des exigences trop importantes de rédaction, risquent d'occulter le rôle essentiel du raisonnement dans la recherche et la production d'une preuve. C'est pourquoi il est important de ménager une grande progressivité dans l'apprentissage de la démonstration et de faire une large part au raisonnement, enjeu principal de la formation mathématique au collège. La rédaction et la mise en forme d'une preuve gagnent à être travaillées collectivement, avec l'aide du professeur, et à être présentées comme une façon convaincante de communiquer un raisonnement aussi bien à l'oral que par écrit.

Dans le cadre du socle commun, qui doit être maîtrisé par tous les élèves, c'est la première étape, « recherche et production d'une preuve » qui doit être privilégiée, notamment par une valorisation de l'argumentation orale. La mise en forme écrite ne fait pas partie des exigibles.

La prise de conscience de ce que sont la recherche et la mise en œuvre d'une démonstration est également facilitée par le fait que, en certaines occasions, l'enseignant se livre à ce travail devant la classe, avec la participation des élèves.

Cette initiation à la démonstration doit en particulier permettre aux élèves de distinguer une propriété conjecturée et vérifiée sur des exemples d'une propriété démontrée. En particulier, l'enseignant doit préciser explicitement qu'un résultat mathématique qui n'est pas démontré est admis.

4.6. Mathématiques et langages

En mathématiques, les élèves sont conduits à utiliser la langue ordinaire en même temps qu'un langage spécialisé.

Dans le prolongement de l'école primaire, la place accordée à l'**oral** reste importante. En particulier, les compétences nécessaires pour la validation et la preuve (articuler et formuler les différentes étapes d'un raisonnement, communiquer, argumenter à propos de la validité d'une solution) sont d'abord travaillées oralement en s'appuyant sur les échanges qui s'instaurent dans la classe ou dans un groupe, avant d'être sollicitées par écrit individuellement. Par ailleurs, certaines formulations orales peuvent constituer une aide à la compréhension.

Par exemple il est plus facile, pour un élève, de concevoir que $\frac{2}{3}$

plus $\frac{5}{3}$ égale $\frac{7}{3}$ en verbalisant sous la forme « deux tiers plus cinq

tiers est égal à sept tiers » plutôt qu'en oralisant l'écriture symbolique « 2 sur 3 plus 5 sur 3 égale 7 sur 3 ».

Dans le domaine de l'**écrit**, l'objectif est d'entraîner les élèves à mieux lire et mieux comprendre un **texte mathématique**, et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive.

Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un **langage précis**, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du « faire » au « faire faire ». C'est, lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire, pour la faire reproduire, une figure un peu complexe) ou lorsqu'il utilise un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision lui apparaît comme une nécessité. C'est également le cas lorsque, dans un débat argumentatif, il doit se faire comprendre des autres élèves.

Le **vocabulaire et les notations** ne doivent pas être fixés d'emblée, mais introduits au cours du traitement d'une question, en fonction de leur utilité : ils sont à considérer comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ. Il convient, en parti-

culier, d'être attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot.

Les travaux mathématiques sont l'occasion de familiariser les élèves avec l'emploi d'un nombre limité de **notations courantes** qui n'ont pas à faire l'objet d'exercices systématiques (le langage doit rester au service de la pensée et de son expression) :

- dans le domaine numérique : les symboles d'égalité et d'inégalité, les symboles d'opérations (dont les notations puissance et racine carrée au cycle central) et le symbole de pourcentage ;
- dans le domaine géométrique : le symbole d'appartenance, la longueur AB d'un segment d'extrémités A et B, l'angle \widehat{AOB} , le segment [AB], la droite (AB), et la demi-droite [AB), puis les notations trigonométriques.

4.7. Différents types d'écrits

Les élèves sont fréquemment placés en situation de production d'écrits. Il convient à cet égard de développer et de bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes.

- **Les écrits de type « recherche »** (brouillon) qui correspondent au travail « privé » de l'élève : ils ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, pour organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire en cours de résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger.
- **Les écrits destinés à être communiqués et discutés** : ils peuvent prendre des formes diverses (affiche, transparent, documents informatiques...) et doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation, tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées.
- **Les écrits de référence**, élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe, et donc destinés à être conservés.

4.8. Le travail personnel des élèves

En étude ou à la maison, ce type de travail est nécessaire non seulement pour affermir les connaissances de base et les réinvestir dans des exemples simples mais aussi pour en élargir le champ de fonctionnement et susciter ainsi de l'intérêt pour l'activité mathématique. Il contribue aussi à habituer l'élève à l'indispensable régularité d'un travail autonome, complémentaire de celui réalisé avec le professeur.

Il peut prendre diverses formes :

- résolution d'exercices d'entraînement, combinée avec l'étude de la leçon pour asseoir les connaissances ;
- travaux individuels de rédaction pour développer les capacités d'expression écrite et la maîtrise de la langue ;
- résolution de problèmes variés (exercices de synthèse, énigmes, jeux mathématiques...) pour mettre en œuvre des démarches heuristiques en temps non limité ;
- construction d'objets géométriques divers (frises, pavages, solides,...) en utilisant ou non l'informatique
- lectures ou recherches documentaires, en particulier sur l'histoire de la discipline ou plus généralement des sciences pour enrichir les connaissances ;
- constitution de dossiers sur un thème donné.

Pour ces travaux en dehors de la classe, il convient de favoriser l'accès des élèves aux ordinateurs de l'établissement qui doivent être munis des logiciels adéquats.

La correction individuelle du travail d'un élève est une façon d'en apprécier la qualité et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.

Le travail personnel proposé **en classe** aux élèves peut prendre chacune des formes décrites ci-dessus, en tenant compte, chaque

fois, de la durée impartie. Il faut veiller à un bon équilibre entre ces diverses activités.

Ces travaux doivent être différenciés en fonction du profil et des besoins des élèves, ainsi que des objectifs du socle commun.

Le travail en classe proprement dit doit être complété par des séances régulières en salle informatique où l'élève utilise lui-même les logiciels au programme (tableur, grapheur, logiciel de géométrie). Ces séances de travaux pratiques sur ordinateur doivent toujours avoir pour objectif l'appropriation et la résolution d'un problème mathématique. Tout travail en salle informatique doit aboutir à la production d'un écrit, manuscrit ou imprimé.

4.9. L'évaluation

L'évaluation (qui ne se réduit pas au contrôle noté) n'est pas un à-côté des apprentissages. Elle doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève. Elle permet d'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés. Dans cette optique, le travail sur les erreurs constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique. L'évaluation ne doit pas se limiter à indiquer où en est l'élève ; elle doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès.

L'évaluation de la maîtrise d'une capacité par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de son fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres capacités, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée.

L'évaluation sommative, en mathématiques, est réalisée sous trois formes complémentaires :

- des interrogations écrites courtes dont le but est de vérifier qu'une notion ou une méthode sont correctement assimilées ;
- des devoirs de contrôle courts et peu nombreux qui permettent de vérifier, de façon plus synthétique, la capacité des élèves à utiliser leurs acquis, à la suite d'une phase d'apprentissage ;
- certains devoirs de contrôle peuvent être remplacés par un bilan trimestriel qui est l'occasion de faire le point sur les acquis des élèves relatifs à une longue période d'étude.

4.10. Capacités et activités de formation

Le programme décrit, pour chaque contenu, les capacités élaborées dans chacune des classes du collège. Les commentaires qui les accompagnent apportent un éclairage supplémentaire sur les conditions de leur apprentissage.

La définition de ces capacités vise donc à clarifier les attentes, à préciser les priorités et à fournir des repères dans le but d'aider les enseignants dans leur travail de programmation et dans la mise au point des évaluations qui permettent d'en baliser la réalisation.

Il importe de bien garder à l'esprit que **la liste des capacités, si elle fixe les objectifs à atteindre, ne détermine pas pour autant les moyens pédagogiques à utiliser pour cela.**

L'ordre d'exposé des capacités, pour chaque domaine, ne correspond pas nécessairement à celui de leur apprentissage. D'autant plus que, dans la plupart des cas, ces capacités ne s'acquièrent ni isolément les unes des autres, ni en une seule fois.

Pour prendre sens pour les élèves, les notions mathématiques et les capacités qui leur sont liées gagnent à être mises en évidence et travaillées dans **des situations riches**, à partir de problèmes à résoudre, avant d'être entraînées pour elles-mêmes.

Il faut également prendre en compte le fait que **tout apprentissage se réalise dans la durée, dans des activités variées et que toute acquisition nouvelle doit être reprise, consolidée et enrichie.** Dans cette perspective, la répétition d'exercices vides de sens pour l'élève à un moment donné n'est pas la meilleure stratégie pour favoriser la maîtrise d'une capacité. Il convient d'envisager que c'est parfois dans le cadre d'un travail ultérieur, en travaillant sur d'autres aspects de la notion en jeu ou sur d'autres concepts, qu'une capacité non maîtrisée à un certain moment pourra être consolidée.

Classe de sixième

L'enseignement des mathématiques en classe de sixième a une triple visée :

- consolider, enrichir et structurer les acquis de l'école primaire ;
- préparer à l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques (résolution de problèmes et divers moyens d'accéder à la vérité) ;
- développer la capacité à utiliser les outils mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines).

Le vocabulaire et les notations nouvelles (\approx , $\%$, \in , $[AB]$, (AB) ,

\widehat{AOB}) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Note : les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l'exigibilité pour le socle est différée ne veut pas dire que la capacité

ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves pourront bénéficier de plus de temps pour la maîtriser.

1. Organisation et gestion de données.

Fonctions

La résolution de problèmes de proportionnalité est déjà travaillée à l'école primaire. Elle se poursuit en Sixième, avec des outils nouveaux. La proportionnalité fait l'objet d'un apprentissage continu et progressif sur les quatre années du collège et permet de comprendre et de traiter de nombreuses notions du programme.

À l'école primaire, les élèves ont été mis en situation de prendre de l'information à partir de tableaux, de diagrammes ou de graphiques. Ce travail se poursuit au collège, notamment avec l'objectif de rendre les élèves capables de faire une interprétation critique de l'information apportée par ces types de présentation des données, aux natures très diverses, en liaison avec d'autres disciplines (géographie, sciences de la vie et de la terre, technologie...).

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- de mettre en place les principaux raisonnements qui permettent de reconnaître et traiter les situations de proportionnalité,
- d'initier les élèves à la présentation, à l'utilisation et à l'interprétation de données sous diverses formes (tableaux, graphiques...).

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.1. Proportionnalité Propriété de linéarité. Tableau de proportionnalité. Pourcentages.	- Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et les traiter en choisissant un moyen adapté : - utilisation d'un rapport de linéarité, entier ou décimal, - utilisation du coefficient de proportionnalité, entier ou décimal, - passage par l'image de l'unité (ou « règle de trois »), - * utilisation d'un rapport de linéarité, d'un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de quotient. - Appliquer un taux de pourcentage.	Les problèmes à proposer (qui relèvent aussi bien de la proportionnalité que de la non proportionnalité) se situent dans le cadre des grandeurs (quantités, mesures). Ils doivent relever de domaines familiers des élèves et rester d'une complexité modérée, en particulier au niveau des nombres mis en œuvre. Les rapports utilisés sont, soit des rapports entiers ou décimaux simples *soit des rapports exprimés sous forme de quotient. Les élèves doivent connaître le sens de l'expression « ...% de » et savoir l'utiliser dans des cas simples où aucune technique n'est nécessaire.
1.2. Organisation et représentation de données Représentations usuelles : tableaux.	- Lire, utiliser et interpréter des données à partir d'un tableau. - Lire interpréter et compléter un tableau à double entrée. - * Organiser des données en choisissant un mode de présentation adapté : - tableaux en deux ou plusieurs colonnes, - tableaux à double entrée.	Il s'agit d'un premier pas vers la capacité à recueillir des données et à les présenter sous forme de tableau.
Repérage sur un axe.	- Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée, à l'aide d'entiers naturels, de décimaux, de fractions simples $1/2$, $1/10$, $1/4$, $1/5$ * ou de quotients (placement exact ou approché).	Ce travail doit être l'occasion de manier les instruments de tracé et de mesure.

Connaissances	Capacités	Commentaires
Représentations usuelles : - diagrammes en bâtons, - *diagrammes circulaires ou demi-circulaires, - graphiques cartésiens.	- Lire, utiliser et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique simple.	La capacité visée concerne l'aptitude à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre). Dès la classe de 6 ^e , l'utilisation de calculatrices et de logiciels permet de familiariser les élèves avec le passage d'un type d'organisation, d'un type de présentation à un autre.

2. Nombres et Calculs

En continuité avec l'école élémentaire les problèmes doivent permettre aux élèves d'associer à une situation concrète un travail numérique, de mieux saisir le sens des opérations figurant au programme. Les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques.

Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché sous ses différentes formes, souvent utilisées en interaction : calcul mental, calcul à la main ou instrumenté. À la suite de l'école primaire, le collège doit, en particulier, permettre aux élèves d'entretenir et de développer leurs compétences en calcul mental notamment pour la perception des ordres de grandeur.

Objectifs
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • de consolider le sens des opérations, de développer le calcul mental, le calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices, de conforter et d'étendre la connaissance des nombres décimaux, • de mettre en place une nouvelle signification de l'écriture fractionnaire comme quotient de deux entiers, • de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation, • de percevoir l'ordre de grandeur d'un nombre.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>2.1 Nombres entiers et décimaux Désignations.</p> <p>Ordre.</p> <p><i>*Valeur approchée décimale.</i></p>	<p>- Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal.</p> <p>3. Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.</p> <p>- Comparer deux nombres entiers ou décimaux, ranger une liste de nombres. - Encadrer un nombre, intercaler un nombre entre deux autres. - Placer un nombre sur une demi-droite graduée. - Lire l'abscisse d'un point ou en donner un encadrement.</p> <p><i>* Donner une valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.</i></p>	<p>L'objectif est d'assurer une bonne compréhension de la valeur des chiffres en fonction du rang qu'ils occupent dans l'écriture à virgule, sans refaire tout le travail réalisé à l'école élémentaire. La bonne compréhension s'appuie sur le sens et non sur des procédures.</p> <p>Les procédures utilisées pour comparer, encadrer, intercaler des nombres sont justifiées en s'appuyant sur la signification des écritures décimales ou le placement des points sur une demi-droite graduée.</p>
<p>2.2 Opérations Addition, soustraction, multiplication et division.</p> <p>Multiples et diviseurs.</p> <p>Sens des opérations.</p>	<p>- Connaître les tables d'addition et de multiplication et les résultats qui en dérivent. - Multiplier ou diviser un nombre par 10, 100, 1000. - * Multiplier un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001.</p> <p>- Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 2, 5 et 10. - Connaître et utiliser les critères de divisibilité par 3, 4 et 9.</p> <p>- Choisir les opérations qui conviennent au traitement de la situation étudiée.</p>	<p>La maîtrise des tables est consolidée par une pratique régulière du calcul mental sur des entiers et des décimaux simples. La division décimale est limitée à la division d'un décimal par un entier. En calcul posé, le dividende comporte au maximum deux chiffres après la virgule.</p> <p>La notion de multiple, introduite à l'école primaire, est rappelée sur des exemples numériques, en même temps qu'est introduite celle de diviseur. Les différentes significations de ce dernier terme doivent être explicitées.</p> <p>Pour les problèmes à étapes, la solution peut être donnée à l'aide d'une suite de calculs, <i>*ou à l'aide de calculs avec parenthèses.</i></p>

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- de compléter la connaissance des propriétés des figures planes et des solides usuels,
- de maîtriser les techniques de construction (utilisation des instruments et logiciels adaptés, mobilisation des connaissances dans les raisonnements implicites sous-jacents),
- de reconnaître les figures planes usuelles dans une configuration complexe,
- de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale,
- de passer d'un objet de l'espace à ses représentations.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>3.1. Figures planes</p> <p>Notions de parallèle, de perpendiculaire.</p> <p>Cercle.</p> <p>Propriétés des quadrilatères usuels.</p>	<p>- Tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée.</p> <p>- <i>Utiliser différentes méthodes.</i></p> <p>- Reporter une longueur.</p> <p>- * <i>Reproduire un angle.</i></p> <p>- Savoir que, pour un cercle :</p> <ul style="list-style-type: none"> • tout point qui appartient au cercle est à une même distance du centre ; • tout point situé à cette distance du centre appartient au cercle. <p>- Construire, à la règle et au compas, un triangle connaissant les longueurs de ses côtés.</p> <p>- Connaître les propriétés relatives aux côtés, aux angles, aux diagonales pour le rectangle, le carré et le losange.</p>	<p>Il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces notions, notamment pour la reconnaissance de deux droites parallèles ou pour leur tracé.</p> <p>Ces capacités prennent leur sens lorsqu'elles sont mobilisées pour résoudre un problème : reproduire une figure, * <i>en compléter un agrandissement ou une réduction déjà amorcée</i>, construire une figure d'après une de ses descriptions.</p> <p>* <i>Le rapporteur est, pour les élèves de 6^e, un nouvel instrument de mesure dont l'utilisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique.</i></p> <p>On attend des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces propriétés.</p> <p>Capacité déjà travaillée au cycle 3.</p> <p>* <i>La symétrie axiale est mise en jeu pour mettre en évidence certaines propriétés.</i></p>
<p>Propriétés et construction des triangles usuels.</p> <p>* <i>Médiatrice d'un segment.</i></p> <p>* <i>Bissectrice d'un angle.</i></p> <p>Constructions géométriques.</p>	<p>- Connaître les propriétés relatives aux côtés et aux *<i>angles</i> des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle.</p> <p>- Utiliser ces propriétés pour reproduire ou construire des figures simples.</p> <p>- Construire une figure simple à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.</p> <p>- * <i>Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.</i></p> <p>- * <i>Connaître et utiliser la définition de la bissectrice.</i></p> <p>- <i>Utiliser différentes méthodes pour tracer :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>la médiatrice d'un segment ;</i> • <i>la bissectrice d'un angle.</i> <p>Reproduction, construction de figures complexes.</p>	<p>On travaillera à la fois les constructions sur papier par les outils de dessin traditionnels et les constructions sur écran à l'aide d'un logiciel de géométrie.</p> <p>*<i>La bissectrice d'un angle est définie en sixième comme la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure. La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale.</i></p> <p>Ces situations nécessitent de reconnaître des figures simples dans une figure complexe <i>et demandent un travail d'analyse utile aux apprentissages ultérieurs.</i></p>
<p>3.2 Symétrie orthogonale par rapport à une droite (symétrie axiale)</p>	<p>- Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure).</p> <p>- Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un axe de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, * <i>du rapporteur.</i></p>	<p>L'élève peut utiliser la méthode de son choix. Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles sont dégagées les propriétés de « conservation » de la symétrie axiale</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
	- Effectuer les tracés de l'image d'une figure par symétrie axiale à l'aide des instruments usuels (règle, équerre, compas).	(conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires). <i>* Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence.</i>
3.3 Parallépipède rectangle : patrons, représentation en perspective	- Fabriquer un parallépipède rectangle de dimensions données, à partir de la donnée du dessin de l'un de ses patrons. - Reconnaître un parallépipède rectangle de dimensions données à partir - du dessin d'un de ses patrons, - d'un dessin le représentant en perspective cavalière. - Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière du parallépipède rectangle les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires. - <i>Dessiner ou compléter un patron d'un parallépipède rectangle.</i>	À l'école élémentaire les élèves ont déjà travaillé sur des solides droits de l'espace (description, construction, patron). Cette étude est poursuivie en 6 ^e en mettant l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, <i>dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves.</i> L'usage d'outils informatiques permet une visualisation de différentes représentations d'un même objet de l'espace. Même si les compétences attendues ne concernent que le parallépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace et s'appuient sur l'étude de solides amenant à passer de l'objet à ses représentations et inversement.

4. Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail effectué à l'école élémentaire, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante. Elle permet d'aborder l'histoire des sciences, d'assurer des liens avec les autres disciplines, en particulier la technologie et les sciences de la vie et de la Terre, de réinvestir les connaissances acquises en mathématiques, mais aussi d'en construire de nouvelles. Par exemple, le recours aux longueurs et aux aires permet d'enrichir le travail sur les nombres non entiers et les

opérations étudiées en classe de sixième. Il est important que les élèves disposent de références concrètes pour certaines grandeurs et soient capables d'estimer une mesure (ordre de grandeur). L'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. À travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves peuvent se construire et utiliser un premier répertoire de formules.

Objectifs
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aires, masses et durées, • de savoir choisir une unité appropriée et effectuer des changements d'unités, • de consolider la notion d'angle, d'assurer la maîtrise des notions d'aire et de périmètre, • de mettre en place la notion de volume et de commencer l'étude du système d'unités de mesure des volumes.

Connaissances	Capacités	Commentaires
4.1 Longueurs, masses, durées	- Effectuer, pour les longueurs et les masses, des changements d'unités de mesure. - Comparer géométriquement des périmètres. - Calculer le périmètre d'un polygone. - Connaître et utiliser la formule donnant la longueur d'un cercle. - Calculer des durées, calculer des horaires.	Il s'agit d'entretenir les connaissances acquises à l'école élémentaire, de compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure, en s'appuyant sur les équivalences entre les différentes unités. La comparaison de périmètres sans avoir recours aux formules est particulièrement importante pour affermir le sens de cette notion. Le travail sur les périmètres permet aussi une initiation aux écritures littérales.
4.2 Angles	- <i>Comparer des angles sans avoir recours à leur mesure.</i> - <i>* Utiliser un rapporteur pour :</i> - <i>déterminer la mesure en degré d'un angle,</i> - <i>construire un angle de mesure donnée en degré.</i>	<i>* Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures.</i>
4.3 Aires : mesure,	- Comparer géométriquement des aires.	Poursuivre le travail effectué à l'école élémentaire,

Connaissances	Capacités	Commentaires
comparaison et calcul d'aires	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple. - Différencier périmètre et aire. - Calculer l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont données. - Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un rectangle. - Calculer l'aire d'un triangle rectangle, <i>*d'un triangle quelconque dont une hauteur est tracée.</i> - Connaître et utiliser la formule donnant l'aire d'un disque. - Effectuer pour les aires des changements d'unités de mesure. 	<p>en confrontant les élèves à des problèmes. La comparaison d'aires sans avoir recours à des formules est particulièrement importante pour affermir le sens de cette notion. Certaines activités proposées conduisent les élèves à comprendre notamment que périmètre et aire ne varient pas toujours dans le même sens.</p> <p>Une démarche expérimentale permet de vérifier la formule de l'aire du disque.</p>
4.4 Volumes	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer le volume d'un parallélépipède rectangle en se rapportant à un dénombrement d'unités, <i>* en utilisant une formule.</i> - Connaître et utiliser les unités de volume et les relier aux unités de contenance. - Savoir que $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$. - <i>Effectuer pour les volumes des changements d'unités de mesure.</i> 	<p>Comme pour les longueurs et les aires, l'utilisation des équivalences entre diverses unités est préférée à celle systématique d'un tableau de conversion.</p>

Classe de cinquième

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Note : les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l'exigibilité pour le socle est différée ne veut pas dire que la capacité ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves pourront bénéficier de plus de temps pour la maîtriser.

En classe de cinquième, la proportionnalité occupe toujours une place centrale. Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient.

La partie relative au traitement et à la représentation de données a pour objectif d'initier à la lecture, à l'interprétation, à la réalisation et à l'utilisation de diagrammes, tableaux et graphiques et de mettre en évidence la relativité de l'information représentée. Les travaux correspondants sont conduits à partir d'exemples et en liaison, chaque fois qu'il est possible, avec l'enseignement des autres disciplines et l'étude des thèmes de convergence.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs

- d'affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité,
- d'initier les élèves au repérage sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère,
- d'acquérir et interpréter les premiers outils statistiques (organisation et représentation de données, fréquences) utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de citoyen, de se familiariser avec des écritures littérales.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>1.1. Proportionnalité</p> <p>Propriété de linéarité.</p> <p>Tableau de proportionnalité.</p> <p>Passage à l'unité ou « règle de trois ».</p> <p>Pourcentage.</p> <p>Échelle.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité, en particulier déterminer une quatrième proportionnelle.</p> <p>- Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité.</p> <p>- Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> - comparer des proportions, - utiliser un pourcentage, - * calculer un pourcentage, - * utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin, - calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin, 	<p>Le travail sur des tableaux de nombres sans lien avec un contexte doit occuper une place limitée. Les activités numériques et graphiques font le plus souvent appel à des situations mettant en relation deux grandeurs.</p> <p>Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur mais toute définition de la notion de fonction est exclue.</p> <p>Les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont de même nature qu'en classe de sixième.</p> <p>L'usage du « produit en croix » est exclu en classe de cinquième.</p> <p>Pour les coefficients de proportionnalité ou les rapports de linéarité exprimés sous forme de quotient, on choisira des nombres qui évitent des difficultés techniques inutiles. En particulier les quotients de nombres décimaux ne sont pas exigibles.</p> <p>Un travail doit être conduit sur la comparaison relative d'effectifs dans des populations différentes ou de proportions dans un mélange. Il s'articule avec l'utilisation de l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion.</p>
<p>1.2. Expressions littérales</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>Utiliser une expression littérale.</p> <p><i>Produire une expression littérale.</i></p>	<p>De nombreux thèmes du programme, notamment dans le domaine grandeurs et mesures, conduisent à utiliser des expressions littérales (formules).</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>1.3. Activités graphiques</p> <p>Repérage sur une droite graduée.</p> <p>Repérage dans le plan.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p> <p>1.4 Représentation et traitement de données</p> <p>Effectifs. *Fréquences. Classes.</p> <p>Tableau de données, représentations graphiques de données.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>Sur une droite graduée :</p> <ul style="list-style-type: none"> - lire l'abscisse d'un point donné, - placer un point d'abscisse donnée (exactement ou approximativement, en fonction du contexte), - <i>déterminer la distance de deux points d'abscisses données.</i> <p>Dans le plan muni d'un repère orthogonal :</p> <ul style="list-style-type: none"> - lire les coordonnées d'un point donné, - placer un point de coordonnées données, <p><i>Connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer des effectifs, - * <i>Calculer des fréquences.</i> - Regrouper des données en classes d'égale amplitude. <p>- Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme).</p> <p>- Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme (dans ce cas les classes sont toujours de même amplitude).</p>	<p>Les nombres utilisés dans ces activités peuvent être des entiers, des décimaux ou des quotients simples. Les activités graphiques conduisent :</p> <ul style="list-style-type: none"> - à établir la correspondance entre nombres et points d'une droite graduée (une même droite peut être graduée de plusieurs façons), - à interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine, - <i>à choisir l'échelle permettant de placer une série de nombres sur une portion de droite graduée.</i> <p>Le repérage est à relier avec des situations de la vie quotidienne, le vocabulaire n'est pas un objet d'apprentissage pour lui-même.</p> <p><i>Des activités dans lesquelles les élèves ont eux-mêmes à graduer une droite ou à produire un graphique sont proposées.</i></p> <p>Les élèves sont entraînés à lire, interpréter et représenter des données en utilisant un vocabulaire adéquat dans des contextes qui leur sont familiers. Le calcul d'effectifs cumulés n'est pas attendu.</p> <p><i>* Les écritures 4/10, 2/5, 0,4 40 % sont utilisées pour désigner une fréquence : elles permettent d'insister sur les diverses représentations d'un même nombre.</i></p> <p>Le choix de la représentation est lié à la nature de la situation étudiée.</p> <p>L'utilisation d'un tableur permet d'enrichir ce travail en le prolongeant à des situations plus complexes que celles qui peuvent être traitées « à la main ».</p>

2. Nombres et Calculs

• Les problèmes proposés associant à une situation donnée une activité numérique, renforcent le sens des opérations et des diverses écritures numériques et littérales. Ils sont principalement issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques. Il

convient de ne pas multiplier les activités purement techniques. Toutes les travaux numériques fournissent des occasions de pratiquer le calcul exact ou approché sous toutes ses formes, utilisées en interaction : calcul mental, à la main ou instrumenté.

Objectifs
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • d'entretenir et développer la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ; • d'assurer la maîtrise des calculs d'expressions numériques sur les nombres décimaux positifs et prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat ; • d'initier aux nombres relatifs et aux calculs sur les nombres en écriture fractionnaire ; <p>de familiariser les élèves aux raisonnements conduisant à des expressions littérales ;</p> <ul style="list-style-type: none"> • d'apprendre à choisir et interpréter l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation, • d'apprendre à effectuer des transformations simples d'écriture ; • d'initier à la notion d'équation.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>2.1. Nombres entiers et décimaux positifs : calcul, divisibilité sur les entiers</p>	<p>- <i>Effectuer une succession d'opérations donnée sous diverses formes (par calcul mental, à la main ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques.</i></p>	<p>L'acquisition des priorités opératoires est un préalable au calcul algébrique. Les questions posées à propos de résultats obtenus à l'aide de calculatrices peuvent offrir une occasion de dégager les priorités</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><i>*Enchaînement d'opérations.</i></p> <p>Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.</p> <p>Division par un décimal.</p> <p>Multiples et diviseurs, divisibilité.</p>	<p>- <i>Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.</i></p> <p>- Sur des exemples numériques, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.</p> <p>- <i>* Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.</i></p> <p>- Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier.</p> <p>- Reconnaître, dans des cas simples, si un nombre entier positif est multiple ou diviseur d'un autre nombre entier positif.</p>	<p>opérateurs usuelles.</p> <p>La capacité visée dans le socle commun concerne uniquement un calcul isolé. Pour construire la capacité : « savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires pour résoudre un problème », la succession d'opérations, si elle est nécessaire, se fait étape par étape.</p> <p>- Dans le cadre du socle commun il convient de privilégier l'exploitation de cette propriété sur des exemples numériques.</p> <p><i>L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique.</i></p> <p>Ce travail est à conduire en relation avec les égalités d'écritures fractionnaires. Il se conçoit essentiellement dans le cadre de la résolution de problème.</p> <p>Les notions de multiple et diviseur sont entretenues. La reconnaissance de multiples ou de diviseurs est faite soit en utilisant les critères de divisibilité installés en classe de sixième, soit en ayant recours au calcul mental ou à la division.</p>
<p>2.2. Nombres positifs en écriture fractionnaire : sens et calculs</p> <p>Sens de l'écriture fractionnaire.</p> <p>Addition et soustraction.</p> <p><i>*Multiplication.</i></p>	<p>- Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion, d'une fréquence.</p> <p>- Utiliser sur des exemples numériques des égalités du type $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$.</p> <p>- Additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes <i>*et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.</i></p> <p>- <i>*Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus.</i></p>	<p>La classe de cinquième s'inscrit, pour le travail sur les écritures fractionnaires, dans un processus prévu sur toute la durée du collège. En classe de 6^e, l'écriture fractionnaire a deux significations :</p> <p>- le « partage » ($\frac{3}{5}$, c'est 3 fois $\frac{1}{5}$) ;</p> <p>- le quotient : $\frac{3}{5}$ désigne le cinquième de 3 (<i>le nombre dont le produit par 5 est égal à 3</i>).</p> <p>L'utilisation d'une écriture fractionnaire pour exprimer une proportion, une fréquence est à relier à la notion de quotient.</p> <p>Dans le traitement mathématique des problèmes de la vie courante, les fractions interviennent rarement en tant que nombre. L'utilisation des nombres décimaux est souvent suffisante et doit être privilégiée tout particulièrement dans le cadre du socle commun.</p> <p>L'égalité $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$ fait l'objet d'une justification à l'aide d'un exemple générique.</p> <p>Des oralisations du type « 3 quarts plus 5 quarts » permettent d'effectuer directement des opérations sans mobiliser explicitement le statut de nombre.</p> <p><i>Le travail porte à la fois sur les situations dont le traitement fait intervenir le produit de deux nombres en écritures fractionnaires (en relation avec différentes significations de ces écritures) et sur la justification du procédé de calcul.</i></p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>2.3. Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs Notion de nombre relatif. <i>*Ordre.</i></p> <p><i>*Addition et soustraction de nombres relatifs.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Utiliser la notion d'opposé. - <i>*Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.</i></p> <p>- <i>*Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs.</i> - <i>Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, -- et éventuellement des parenthèses.</i> - <i>Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.</i></p>	<p>La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible).</p> <p>Une relation est faite avec la possibilité de graduer entièrement la droite, puis de repérer le plan Les nombres utilisés sont aussi bien entiers que décimaux.</p> <p>Les règles de suppression de parenthèses à l'intérieur d'une somme algébrique sont étudiées en classe de quatrième.</p>
<p>2.4. Initiation à la notion d'équation</p>	<p>- <i>*Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.</i></p>	<p>Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique.</p> <p><i>Les programmes du collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens.</i></p> <p><i>*La classe de cinquième correspond à une étape importante avec le travail sur des égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner.</i></p> <p>La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun.</p>

III. Géométrie

En classe de cinquième, l'étude de la symétrie centrale permet de réorganiser et de compléter les connaissances sur les figures.

Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures dessinées, suivant les cas, à main levée, à l'aide des instruments de dessin et de mesure, ou dans un environnement

informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques. Les diverses activités de géométrie habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettent progressivement de s'entraîner à des justifications mettant en œuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en classe de sixième.

Objectifs
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs de connaître et utiliser les propriétés conservées par symétrie (axiale ou centrale), les propriétés relatives aux figures usuelles (triangles, parallélogrammes, cercles), d'entretenir la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie) et des raisonnements sous-jacents qu'elles mobilisent, de conduire sans formalisme des raisonnements géométriques simples, de familiariser les élèves avec les représentations de figures de l'espace.</i></p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>3.1 Figures planes Parallélogramme.</p>	<p>- Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme.</p>	<p>Le travail entrepris sur la symétrie centrale permet de justifier des propriétés caractéristiques du parallélogramme que les élèves doivent connaître. Dans le cadre du socle commun il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces propriétés, notamment pour la reconnaissance d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un losange ou pour leur tracé.</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.</p> <p>Angles.</p> <p>[Reprise du programme de 6^e]</p>	<p>- Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés.</p> <p>- Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.</p> <p>- Reproduire un angle.</p>	<p>Les connaissances relatives aux quadrilatères usuels sont sollicitées dans des problèmes de construction et permettent de justifier les procédures utilisées pour construire ces quadrilatères.</p> <p>Un travail de synthèse est réalisé, faisant apparaître chacune de ces figures (rectangle, losange, carré) comme un parallélogramme doté de propriétés particulières, notamment en ce qui concerne les diagonales.</p> <p>Pour la reproduction d'un angle : usage d'un gabarit ou du rapporteur. L'usage du rapporteur doit faire l'objet d'un approfondissement.</p>
<p>Propriétés des triangles usuels.</p> <p>[Reprise du programme de 6^e]</p> <p><i>Caractérisation angulaire du parallélisme.</i></p> <p>Triangle, somme des angles d'un triangle.</p> <p>Construction de triangles et inégalité triangulaire.</p> <p>Médiatrice d'un segment.</p> <p>[Reprise du programme de 6^e]</p> <p>Cercle circonscrit à un triangle.</p> <p><i>Médianes et hauteurs d'un triangle.</i></p>	<p>Connaître les propriétés relatives aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle.</p> <p>- Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.</p> <p>- Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.</p> <p>- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire.</p> <p>- Construire un triangle connaissant :</p> <ul style="list-style-type: none"> • la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, • les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, • les longueurs des trois côtés. <p>- Sur papier uni, reproduire un angle au compas.</p> <p>- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.</p> <p>- Utiliser différentes méthodes pour tracer la médiatrice d'un segment.</p> <p>- Construire le cercle circonscrit à un triangle.</p> <p>- Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.</p>	<p>La connaissance ainsi développée des figures ci-contre conduit à les situer les unes par rapport aux autres en mettant en évidence leurs propriétés communes et des propriétés différentes.</p> <p><i>À cette occasion, le vocabulaire suivant est également utilisé : angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants, angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires.</i></p> <p><i>Les propriétés sont formulées et utilisées dans les deux sens (direct et réciproque), mais certaines réciproques peuvent être déclarées admises sans démonstration.</i></p> <p><i>La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés.</i></p> <p>Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice et à son milieu.</p> <p>L'inégalité triangulaire est mise en évidence à cette occasion et son énoncé est admis :</p> $AB + BC \geq AC.$ <p><i>Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ est reconnu comme caractéristique de l'appartenance du point B au segment [AC].</i></p> <p>Au niveau des exigibles du socle, il suffit de connaître une méthode de construction.</p> <p>La construction doit être justifiée.</p> <p><i>Ces notions sont à relier au travail sur l'aire d'un triangle. La démonstration des propriétés de concours n'est pas envisageable en classe de cinquième. La notion de hauteur d'un triangle ne fait pas partie du socle.</i></p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>3.2 Symétries</p> <p>Symétrie axiale.</p> <p>[Reprise du programme de 6^e]</p> <p>Symétrie centrale.</p>	<p>- Construire le symétrique d'une droite.</p> <p>- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle.</p> <p>- <i>Construire le symétrique, d'une demi-droite.</i></p> <p>- Construire ou compléter à l'aide des instruments usuels la figure symétrique d'une figure donnée.</p>	<p>Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence.</p> <p>Comme en classe de sixième, un travail expérimental permet d'obtenir un inventaire abondant de figures simples.</p> <p>Les propriétés invariantes dans une symétrie centrale sont ainsi progressivement dégagées et comparées avec les propriétés invariantes dans une symétrie axiale.</p> <p>Ces travaux conduisent à :</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme, - la caractérisation angulaire du parallélisme et son utilisation.
<p>3.3 Prismes droits, cylindres de révolution</p>	<p>- <i>Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron.</i></p> <p>- <i>Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné.</i></p> <p>- Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides.</p> <p>- Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.</p>	<p>Comme en classe de sixième, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations (et inversement) constitue encore l'essentiel du travail.</p> <p>L'observation et la manipulation d'objets usuels sont des points d'appui indispensables.</p> <p>L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure découverte de ces solides.</p>

4. Grandeurs et mesures

Cette rubrique s'appuie notamment sur la résolution de problèmes empruntés à la vie courante. Comme en classe de sixième, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

Les questions de changement d'unités sont reliées à l'utilisation de la proportionnalité de préférence au recours systématique à un tableau de conversion.

Objectifs
<p><i>La résolution de problèmes a pour objectifs de compléter les connaissances relatives aux longueurs, aux angles, aux masses et aux durées, de calculer les aires ou volumes attachés aux figures planes ou solides usuels, de poursuivre l'étude du système d'unités de mesure des volumes, d'apprendre à choisir les unités adaptées et à effectuer des changements d'unité.</i></p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>4.1 Longueurs, masses, durées</p>	<p>- Calculer le périmètre d'une figure.</p> <p>- Calculer des durées, des horaires.</p>	<p>Pour les polygones (dont le parallélogramme), la compréhension de la notion de périmètre suffit à la détermination de procédés de calcul (les formules sont donc inutiles).</p> <p>Le calcul sur des durées ou des horaires, à l'aide de procédures raisonnées, se poursuit.</p>
<p>4.2 Angles</p>	<p>Maîtriser l'utilisation du rapporteur.</p>	

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>4.3 Aires Parallélogramme, triangle, disque.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer l'aire d'un parallélogramme. - Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée. - Calculer l'aire d'une surface plane ou celle d'un solide, par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables. 	<p><i>La formule de l'aire du parallélogramme est déduite de celle de l'aire du rectangle.</i></p> <p><i>Le fait que chaque médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire est justifié.</i></p> <p>Dans le cadre du socle les élèves peuvent calculer ainsi l'aire d'un parallélogramme. Les élèves peuvent calculer l'aire latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution à partir du périmètre de leur base et de leur hauteur.</p>
<p>4.4 Volumes Prisme, cylindre de révolution.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle. - Calculer le volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution. - Effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure. 	<p><i>Une relation est établie entre les calculs de volume du prisme droit et du cylindre : dans les deux cas, l'aire de la surface de base du solide est multipliée par sa hauteur.</i></p> <p>On travaillera les changements d'unités de volume dans des situations de la vie courante.</p>

Classe de quatrième

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Note : les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont pas exigibles pour le socle sont écrits en italiques. Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure. Dire que l'exigibilité pour le socle est différée ne veut pas dire que la capacité ne doit pas être travaillée – bien au contraire ! mais que les élèves pourront bénéficier de plus de temps pour la maîtriser.

Comme en classe de cinquième, le mot « fonction » est employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle de la notion de fonction soit donnée.

Les tableurs-grapheurs, dont l'usage a été introduit dès la classe de cinquième, donnent accès à une façon particulière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans le tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour le travail sur la notion de variable, effectué sur des exemples variés.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- de consolider et d'enrichir les raisonnements pour traiter des situations de proportionnalité, pour produire ou interpréter des résumés statistiques (moyennes, graphiques), pour analyser la pertinence d'un graphique au regard de la situation étudiée,
- d'organiser des calculs ou créer un graphique avec un tableur.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>1.1 Utilisation de la proportionnalité Quatrième proportionnelle.</p> <p>Calculs faisant intervenir des pourcentages.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Déterminer une quatrième proportionnelle.</p> <p>- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.</p>	<p>Aux diverses procédures déjà étudiées s'ajoute le « produit en croix » qui doit être justifié.</p> <p>Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines permettent de mettre en œuvre un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de pourcentage.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, utiliser l'échelle d'une carte pour calculer une distance, calculer un pourcentage deviennent exigibles.</p>
<p>1.2. Proportionnalité <i>* Représentations graphiques.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p><i>- * Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.</i></p>	<p><i>Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.</i></p>
<p>1.3 Traitement des données <i>Moyennes pondérées.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Calculer la moyenne d'une série de données.</p> <p>- Créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule.</p> <p>- Créer un graphique à partir des données d'une feuille de calcul.</p>	<p>Les élèves sont confrontés à des situations familières où deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en œuvre :</p> <p>- somme des n données divisée par n,</p> <p>- moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs.</p> <p>Les élèves doivent savoir calculer, pour de petits effectifs, une moyenne par la procédure de leur choix. Pour des effectifs plus grands, cette procédure est basée sur l'usage du tableur ou de la calculatrice.</p>

2. Nombres et Calculs

La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) permet la maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées, l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ainsi que la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Le calcul littéral qui a fait l'objet d'une première approche en classe de cinquième, par le biais de la transformation d'écritures, se développe en classe de quatrième, en veillant à ce que les élèves donnent du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier par l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- d'entretenir et d'enrichir la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices ;
- d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres relatifs et les expressions numériques ;
- de conduire les raisonnements permettant de traiter diverses situations (issues de la vie courante, des différents champs des mathématiques et des autres disciplines, notamment scientifiques) à l'aide de calculs numériques, d'équations ou d'expressions littérales ;
- de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>2.1. Calcul numérique Opérations (+, -, ×, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale. Produit de nombres positifs en écriture fractionnaire.</p> <p><i>* Opérations (+, -, ×) sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire (non nécessairement simplifiée).</i></p> <p><i>Division de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire.</i></p> <p><i>Enchaînement d'opérations.</i></p> <p>Puissances d'exposant entier relatif.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Calculer le produit de nombres relatifs simples.</p> <p>- Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).</p> <p>- * <i>Multiplier, additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire.</i></p> <p>- <i>Diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire.</i></p> <p>- <i>Connaître et utiliser l'égalité : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.</i></p> <p>- <i>Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs.</i></p> <p>- <i>Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.</i></p> <p>- Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que : $a^2 \times a^3 = a^5$; $(ab)^2 = a^2b^2$; $\frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$, où a et b sont des nombres relatifs non nuls.</p> <p>- Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$; $(10^m)^n = 10^{m \times n}$ où m et n sont des entiers relatifs.</p>	<p>Les élèves ont une pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale <i>ou fractionnaire</i>. Les calculs relevant de ces opérations sont étendus au cas des nombres relatifs.</p> <p><i>*L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire demande un travail sur la recherche de multiples communs à deux ou plusieurs nombres entiers dans des cas où un calcul mental est possible.</i></p> <p>Savoir additionner et soustraire des entiers relatifs et multiplier deux nombres positifs écrits sous forme décimale ou fractionnaire deviennent des capacités exigibles dans le cadre du socle commun.</p> <p><i>* Un travail est mené sur la notion d'inverse d'un nombre non nul ; les notations $\frac{1}{x}$ et x^{-1} sont utilisées, ainsi que les touches correspondantes de la calculatrice.</i></p> <p>À la suite du travail entrepris en classe de cinquième les élèves sont familiarisés à l'usage des priorités ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses. En particulier, la suppression des parenthèses dans une somme algébrique est étudiée.</p> <p>Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants très simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l'application de formules.</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>Notation scientifique.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Sur des exemples numériques, écrire et interpréter un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.</p> <p>- Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul.</p>	<p>Par exemple, le nombre 25 698,236 peut se mettre sous la forme : $2,569\ 823\ 6 \cdot 10^4$ ou $25\ 698\ 236 \cdot 10^{-3}$ ou $25,698\ 236 \cdot 10^3$.</p>
<p>2.2. Calcul littéral</p> <p>Développement.</p> <p>Comparaison de deux nombres relatifs.</p>	<p>- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.</p> <p>- Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x - (4x - 2)$, $2x^2 - 3x + x^2$...</p> <p>- Développer une expression de la forme $(a + b)(c + d)$.</p> <p>- Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser :</p> <ul style="list-style-type: none"> . l'équivalence entre $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et $ad = bc$ (b et d étant non nuls) ; . l'équivalence entre $a \geq b$ et $a - b \geq 0$; . l'équivalence entre $a > b$ et $a - b > 0$. <p>- Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que a et b : $a + c$ et $b + c$; $a - c$ et $b - c$</p> <p>- Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ac et bc sont dans le même ordre (respectivement l'ordre inverse) que a et b si c est strictement positif (respectivement négatif).</p> <p>- Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient ...).</p>	<p>L'apprentissage du calcul littéral est conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul.</p> <p>Le travail proposé s'articule autour de trois axes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ; - utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers ; - utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique). <p>Les situations proposées doivent exclure tout type de virtuosité et viser un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique, établissement d'un résultat général).</p> <p>L'objectif reste de développer pas à pas puis de réduire l'expression obtenue. Les identités remarquables ne sont pas au programme. Les activités de factorisation se limitent aux cas où le facteur commun est du type a, ax ou x^2.</p> <p>La première équivalence est notamment utile pour justifier la propriété dite « d'égalité des produits en croix », relative aux suites de nombres proportionnelles.</p> <p>Le fait que x est strictement positif (respectivement x strictement négatif) se traduit par $x > 0$ (respectivement $x < 0$) est mis en évidence.</p> <p>Le fait que « comparer deux nombres est équivalent à chercher le signe de leur différence », intéressant notamment dans le calcul littéral, est dégagé. Ces propriétés sont l'occasion de réaliser des démonstrations dans le registre littéral.</p>
<p>Résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.</p>	<p>- Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.</p>	<p>Les problèmes issus d'autres parties du programme et d'autres disciplines conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. À chaque fois sont dégagées les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.</p> <p>Les élèves, dans le cadre du socle commun, peuvent être amenés à résoudre des problèmes se ramenant à une équation du premier degré sans que la méthode experte soit exigible.</p>

3. Géométrie

Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangles, cercles, quadrilatères particuliers), pour lesquelles il est indispensable de continuer à faire fonctionner les résultats mis en place. L'étude plus approfondie du triangle rectangle et d'une nouvelle configuration (celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes) permet d'aborder quelques aspects numériques fondamentaux de la géométrie du plan. Certaines propriétés géométriques d'un agrandissement ou d'une réduction d'une figure sont également étudiées. L'effet sur les aires et les volumes n'est abordé qu'en classe de troisième.

Les activités de découverte, d'élaboration et de rédaction d'une démonstration sont de natures différentes et doivent faire l'objet d'une différenciation explicite. Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane. L'étude de configurations de géométrie dans l'espace donne des exercices et des illustrations pour différents champs du programme. À ce titre, il convient d'aborder la géométrie dans l'espace suffisamment tôt dans l'année scolaire.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- de connaître les objets usuels du plan et de l'espace et d'utiliser leurs propriétés géométriques et les relations métriques associées ;
- de développer les capacités heuristiques et de conduire sans formalisme des raisonnements géométriques simples utilisant les propriétés des figures usuelles, les symétries, les relations métriques, les angles ou les aires ;
- d'entretenir en l'enrichissant la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) et des raisonnements sous-jacents ;
- d'initier les élèves à la démonstration ;
- de poursuivre la familiarisation avec les représentations planes des solides de l'espace ;
- de s'initier aux propriétés laissées invariantes par un agrandissement ou une réduction de figure.

Connaissances	Capacités	Commentaires
3.1 Figures planes Triangle : milieux et parallèles.	- Connaître et utiliser les théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle.	Ces théorèmes sont démontrés en utilisant la symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme ou les aires. Dans le cadre du socle commun, seules les propriétés directes de la droite des milieux sont exigibles.
<i>* Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.</i>	- <i>*Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.</i>	<i>Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.</i>
Triangle rectangle : théorème de Pythagore.	- Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore. - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.	On ne distingue pas le théorème de Pythagore direct de sa réciproque (ni de sa forme contraposée). On considère que l'égalité de Pythagore caractérise la propriété d'être rectangle.
<i>Triangle rectangle : cosinus d'un angle.</i>	- <i>Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents.</i> - <i>Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :</i> - <i>du cosinus d'un angle aigu donné ;</i> - <i>de l'angle aigu dont le cosinus est donné.</i>	
<i>Triangle rectangle : cercle circonscrit.</i>	- <i>Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle.</i> - <i>Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.</i>	<i>Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent (la longueur d'une médiane d'un triangle est la moitié de celle du côté correspondant) est étudié.</i>
<i>Distance d'un point à une droite.</i>	- <i>Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.</i>	
Tangente à un cercle.	- <i>Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.</i>	Dans le cadre du socle commun, il est simplement attendu des élèves qu'ils sachent reconnaître qu'une droite est tangente à un cercle.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>Bissectrice d'un angle.</p> <p>[reprise des programmes antérieurs]</p> <p><i>Bissectrices et cercle inscrit.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître et utiliser la définition de la bissectrice. - <i>Utiliser différentes méthodes pour tracer :</i> <ul style="list-style-type: none"> - la médiatrice d'un segment ; - la bissectrice d'un angle. - <i>Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donnée par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle.</i> - <i>Construire le cercle inscrit dans un triangle.</i> 	<p>La bissectrice d'un angle est définie comme la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.</p> <p>La justification de la construction de la bissectrice à la règle et au compas est reliée à la symétrie axiale. Cette construction n'est pas exigible dans le cadre du socle commun.</p> <p><i>Cette caractérisation permet de démontrer que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle inscrit. L'analogie est faite avec le résultat concernant les médiatrices des trois côtés du triangle vu en classe de cinquième.</i></p>
<p>3.2 Configurations dans l'espace</p> <p><i>Pyramide et cône de révolution.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.</i> 	<p>L'observation et la manipulation d'objets constituent des points d'appui indispensables. Ces activités doivent être complétées par l'observation et la manipulation d'images dynamiques données par des logiciels de géométrie.</p> <p><i>Les activités sur les pyramides exploitent des situations simples. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la réalisation de patrons. Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité.</i></p>
<p>3.3 Agrandissement et réduction</p>	<ul style="list-style-type: none"> - <i>* Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.</i> 	<ul style="list-style-type: none"> * <i>Des activités de construction (avec éventuellement l'utilisation de logiciels de construction géométrique) permettent aux élèves de mettre en évidence et d'utiliser quelques propriétés : conservation des angles (et donc de la perpendicularité) et du parallélisme, multiplication des longueurs par le facteur k d'agrandissement ou de réduction...</i> * <i>Certains procédés de construction peuvent être analysés en utilisant le théorème de Thalès dans le triangle.</i>

4. Grandeurs et mesures

Cette rubrique s'appuie notamment sur la résolution de problèmes empruntés à la vie courante et aux autres disciplines.

Les notions de mouvement uniforme et de vitesse ont été travaillées en classe de cinquième dans le cadre de la proportionnalité. La

notion de vitesse en tant que grandeur quotient est abordée pour la première fois en classe de quatrième.

Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs

- d'initier les élèves à des grandeurs quotient,
- de compléter les connaissances et consolider les raisonnements permettant de calculer les grandeurs travaillées antérieurement (longueurs, angles, aires, volumes),
- de savoir choisir les unités adaptées et d'effectuer les changements d'unités.

Connaissances	Capacités	Commentaires
4.1 Aires et volumes Calculs d'aires et volumes.	- Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = \frac{1}{3} B h$.	L'objectif est, d'une part, d'entretenir les acquis des classes antérieures et, d'autre part, de manipuler de nouvelles formules, en liaison avec la pratique du calcul littéral.
4.2 Grandeurs quotients courantes Vitesse moyenne. [Thèmes de convergence]	- * <i>Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité $d = vt$.</i> - * <i>Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).</i>	La notion de vitesse moyenne est définie. Le vocabulaire « kilomètre par heure » et la notation km/h, issus de la vie courante, <i>sont à mettre en relation avec la notation $km \cdot h^{-1}$</i> Les compétences exigibles ne concernent que les vitesses mais d'autres situations de changement d'unités méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, débit, consommation de carburant en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.

Classe de troisième

Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits dans l'introduction générale des programmes de mathématiques pour le collège demeurent valables pour la classe de troisième : consolider, enrichir et structurer les acquis des classes précédentes, conforter l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques, développer la capacité à utiliser les mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines), notamment à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence.

À la fin de cette classe terminale du collège, la maîtrise par les élèves de plusieurs types de savoirs est visée :

- dans le domaine des nombres et du calcul : calcul numérique (nombres entiers, décimaux et fractionnaires, relatifs ou non, proportionnalité) et premiers éléments de calcul littéral ;
- dans le domaine de l'organisation et la gestion de données : premiers éléments de base en statistique descriptive et en probabilité ;
- dans le domaine géométrique : figures de base et propriétés de configurations du plan et de l'espace ;
- dans le domaine des grandeurs et de la mesure : grandeurs usuelles, grandeurs composées et changements d'unités ;
- dans le domaine des TICE : utilisation d'un tableur-grapheur et d'un logiciel de construction géométrique.

Note : les points du programme (connaissances et capacités) qui ne sont pas exigibles pour le socle commun des connaissances et des compétences sont en italiques. Certains commentaires ou exemples d'activités, liés à des connaissances et des capacités qui ne font pas partie du socle, sont écrits en italique dans la troisième colonne mais correspondent à des situations que doivent travailler tous les élèves car ces connaissances et ces capacités restent des objectifs d'enseignement du programme.

1. Organisation et gestion de données, fonctions

L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation $f(x)$. L'usage du tableur grapheur contribue aussi à la mise en place du concept, dans ses aspects numériques comme dans ses aspects graphiques. La notion d'équation de droite n'est pas au programme de la classe de troisième.

Pour les séries statistiques, l'étude des paramètres de position est poursuivie : médiane et quartiles. Une première approche de la dispersion est envisagée. L'éducation mathématique rejoint ici l'éducation du citoyen : prendre l'habitude de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique. De même, c'est pour permettre au citoyen d'aborder l'incertitude et le hasard dans une perspective rationnelle que sont introduits les premiers éléments relatifs à la notion de probabilité.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs

- de synthétiser le travail conduit sur la proportionnalité dans les classes antérieures, d'approcher la notion de fonction et d'acquérir une première connaissance des fonctions linéaires et affines,
- de poursuivre la mise en place de paramètres de position et de dispersion d'une série statistique,
- d'initier à la notion de probabilité par l'étude d'exemples simples.

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.1. Notion de fonction <i>Image, antécédent, notations $f(x)$, $x \mapsto f(x)$.</i> [Thèmes de convergence]	<i>- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule.</i> <i>- Déterminer un antécédent par lecture directe dans un tableau ou sur une représentation graphique.</i>	<i>Toute définition générale de la notion de fonction et la notion d'ensemble de définition sont hors programme.</i> <i>La détermination d'un antécédent à partir de l'expression algébrique d'une fonction n'est exigible que dans le cas des fonctions linéaires ou affines.</i>
1.2 Fonction linéaire, fonction affine. Proportionnalité.		En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité par une synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><i>Fonction linéaire.</i></p> <p><i>Coefficient directeur de la droite représentant une fonction linéaire.</i></p> <p><i>Fonction affine.</i></p> <p><i>Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentant une fonction affine.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné. - Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image. - Représenter graphiquement une fonction linéaire. - Connaître et utiliser la relation $y=ax$ entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax$. - Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite - Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné. - Connaître et utiliser la relation $y=ax + b$ entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax + b$. - Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images. - Représenter graphiquement une fonction affine. - Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite. - Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère. 	<p>L'utilisation de tableaux de proportionnalité permet de mettre en place le fait que le processus de correspondance est décrit par une formulation du type « je multiplie par a ». Cette formulation est reliée à $x \mapsto ax$.</p> <p>Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 est établi.</p> <p>Certains traitements des situations de proportionnalité utilisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire.</p> <p>Parmi les situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité, certaines sont cependant modélisables par une fonction dont la représentation graphique est une droite. Cette remarque peut constituer un point de départ à l'étude des fonctions affines. Pour les fonctions affines, la proportionnalité des accroissements de x et y est mise en évidence.</p>
<p>1.3. Statistique</p> <p>Caractéristiques de position.</p> <p><i>Approche de caractéristiques de dispersion.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau ou par une représentation graphique) : <ul style="list-style-type: none"> • déterminer une valeur médiane de cette série et en donner la signification ; • déterminer des valeurs pour les premier et troisième quartiles et en donner la signification ; • déterminer son étendue. - Exprimer et exploiter les résultats de mesures d'une grandeur. 	<p>Le travail est conduit aussi souvent que possible en liaison avec les autres disciplines dans des situations où les données sont exploitables par les élèves. L'utilisation d'un tableur permet d'avoir accès à des situations plus riches que celles qui peuvent être traitées « à la main ».</p> <p>La notion de dispersion est à relier, sur des exemples, au problème posé par la disparité des mesures d'une grandeur, lors d'une activité expérimentale, en particulier en physique et chimie.</p>
<p>1.4. Notion de probabilité</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité. - Calculer des probabilités dans des contextes familiers. 	<p>La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.).</p> <p>La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou à deux épreuves.</p>

2. Nombres et Calculs

La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a les mêmes objectifs que dans les classes antérieures :

- maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées ;
- acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ;
- réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Pour le calcul littéral, l'un des objectifs visés est qu'il prenne sa place dans les moyens d'expression des élèves, à côté de la langue usuelle, de l'emploi des nombres ou des représentations graphiques. C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral présente du sens et où il reste simple à effectuer que l'on amène l'élève à recourir à l'écriture algébrique lorsqu'elle est pertinente.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs

- d'entretenir le calcul mental, le calcul à la main et de l'usage raisonnée des calculatrices,
- d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres rationnels,
- d'amorcer les calculs sur les radicaux et de poursuivre les calculs sur les puissances,
- de familiariser les élèves aux raisonnements arithmétiques,
- de compléter les bases du calcul littéral et d'en conforter le sens, notamment par le recours à des équations ou des inéquations du premier degré pour résoudre des problèmes,
- de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>2.1. Nombres entiers et rationnels</p> <p>Diviseurs communs à deux entiers, PGCD.</p> <p>Fractions irréductibles.</p> <p>Opérations sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire.</p> <p>[Reprise du programme du cycle central]</p>	<p>- Connaître et utiliser un algorithme donnant le PGCD de deux entiers (algorithme des soustractions, algorithme d'Euclide).</p> <p>- Calculer le PGCD de deux entiers.</p> <p>- Déterminer si deux entiers donnés sont premiers entre eux.</p> <p>- Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.</p>	<p><i>Plusieurs méthodes peuvent être envisagées.</i></p> <p>La connaissance de relations arithmétiques entre nombres – que la pratique du calcul mental a permis de développer – permet d'identifier des diviseurs communs de deux entiers.</p> <p>Le recours à une décomposition en produits de facteurs premiers est possible dans des cas simples mais ne doit pas être systématisée.</p> <p>Les tableurs, calculatrices et logiciels de calcul formel sont exploités.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, les élèves utilisent leur calculatrice pour rendre irréductible une fraction donnée.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, l'addition, la soustraction et la multiplication « à la main » de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, sont exigibles seulement dans des cas simples ; pour l'addition et la soustraction, il s'agit uniquement des cas où un calcul mental est possible.</p> <p>Dans les autres cas, la calculatrice est utilisée.</p>
<p>2.2. Calculs élémentaires sur les radicaux</p> <p>Racine carrée d'un nombre positif.</p> <p>Produit et quotient de deux radicaux.</p>	<p>- Savoir que, si a désigne un nombre positif, \sqrt{a} est le nombre positif dont le carré est a et utiliser les égalités : $(\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = a$.</p> <p>- Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que $x^2 = a$, où a est un nombre positif.</p> <p>- Sur des exemples numériques, où a et b sont deux nombres positifs, utiliser les égalités :</p> $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \text{ non nul}).$	<p>Dans le cadre du socle commun, la seule capacité exigible, relative à la racine carrée, concerne le calcul à la calculatrice de la valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif.</p> <p><i>Ces résultats permettent de transformer l'écriture d'un nombre et de choisir la forme la mieux adaptée à la résolution d'un problème posé.</i></p>
<p>2.3. Écritures littérales</p> <p>Puissances.</p>	<p>- Utiliser sur des exemples les égalités :</p> $a^m \cdot a^n = a^{m+n};$ $a^m / a^n = a^{m-n}$	<p>Comme en classe de quatrième, ces résultats sont construits et retrouvés, si besoin est, en s'appuyant sur la signification de la notation puissance qui reste</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
[Thèmes de convergence] Factorisation.	$(a^m)^n = a^{mn}$ $(ab)^n = a^n b^n$ $(a/b)^n = a^n / b^n$ où a et b sont des nombres non nuls et m et n des entiers relatifs. - Factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent.	l'objectif prioritaire. La mémorisation de ces égalités est favorisée par l'entraînement à leur utilisation en calcul mental. Les travaux se développent dans trois directions : - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ; - utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes ; - utilisation pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique). Les activités visent la maîtrise du développement ou de la factorisation d'expressions simples.
Identités remarquables.	- Connaître les identités: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ - Les utiliser dans les deux sens sur des exemples numériques ou littéraux simples.	Dans le cadre du socle commun, les élèves connaissent l'existence des identités remarquables et doivent savoir les utiliser pour calculer une expression numérique mais aucune mémorisation des formules n'est exigée.
2.4. Équations et inéquations du premier degré Problèmes du premier degré : inéquation du premier degré à une inconnue, système de deux équations à deux inconnues. Problèmes se ramenant au premier degré : équations produits.	- Mettre en équation un problème. - Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques ; représenter ses solutions sur une droite graduée. - Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique. - Résoudre une équation mise sous la forme $A(x).B(x) = 0$, où $A(x)$ et $B(x)$ sont deux expressions du premier degré de la même variable x .	La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun. Néanmoins, les élèves peuvent être amenés à résoudre des problèmes du premier degré (méthode arithmétique, méthode par essais successifs, ...). L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est hors programme.

3. Géométrie

Les objectifs des travaux géométriques demeurent ceux des classes antérieures du collège. L'étude et la représentation d'objets usuels du plan et de l'espace se poursuivent ainsi que le calcul de grandeurs attachées à ces objets. Les travaux sur les solides permettent de mobiliser largement les résultats des classes antérieures. À ce titre, il convient d'aborder la géométrie dans l'espace suffisamment tôt dans

l'année scolaire. L'étude des configurations usuelles est enrichie en particulier de la réciproque du théorème de Thalès et de l'étude de l'angle inscrit. Le recours à des logiciels de construction géométrique (par les élèves ou de manière collective) est intégré aux séquences d'enseignement, dans l'approche d'une notion ou dans la résolution de problèmes.

Objectifs
<p>La résolution de problèmes a pour objectifs</p> <ul style="list-style-type: none"> • de connaître les objets usuels du plan et de l'espace, de calculer les grandeurs attachées à ces objets, • de développer les capacités heuristiques, les capacités de raisonnement et les capacités relatives à la formalisation d'une démonstration ; • d'entretenir la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) et des raisonnements sous-jacents qu'elles mobilisent ; • de solliciter dans les raisonnements les propriétés géométriques et les relations métriques associées vues dans les classes antérieures ; • de familiariser les élèves aux sections de solides de l'espace.

Connaissances	Capacités	Commentaires
3.1 Figures planes Triangle rectangle, relations trigonométriques.	- Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle. - Déterminer, à l'aide de la calculatrice, des valeurs	La définition du cosinus a été vue en classe de quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu sont introduits comme rapports de longueurs. Les formules suivantes sont à démontrer :

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>Configuration de Thalès.</p> <p>Agrandissement et réduction. [Reprise du programme de 4°]</p> <p>Angle inscrit, angle au centre.</p> <p>Polygones réguliers.</p>	<p><i>approchées :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné; • de l'angle aigu dont on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente. <p>- Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes.</p> <p>- Connaître et utiliser un énoncé réciproque.</p> <p>- Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir.</p> <p>- Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.</p> <p>- Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier, un octogone connaissant son centre et un sommet.</p>	$\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1 \text{ et } \tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$ <p>La seule unité utilisée est le degré décimal.</p> <p>Il s'agit de prolonger l'étude commencée en classe de quatrième qui, seule, est exigible dans le cadre du socle commun.</p> <p>La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite mais, dans le cadre du socle commun, les élèves n'ont pas à distinguer formellement le théorème direct et sa réciproque.</p> <p>L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique permet de créer des situations d'approche ou d'étude du théorème et de sa réciproque.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, il est attendu des élèves qu'ils sachent, dans des situations d'agrandissement ou de réduction, retrouver des éléments (longueurs ou angles) de l'une des deux figures connaissant l'autre.</p> <p>En ce qui concerne les longueurs, ce travail se fait en relation avec la proportionnalité.</p> <p><i>Cette comparaison entre angle inscrit et angle au centre permet celle de deux angles inscrits sur un même cercle interceptant le même arc.</i></p>
<p>3.2 Configurations dans l'espace Problèmes de sections planes de solides.</p> <p>Sphère, centre, rayon.</p> <p>Sections planes d'une sphère.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête.</p> <p>- Connaître et utiliser la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe.</p> <p>- Connaître et utiliser les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.</p> <p>- Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan.</p> <p>- Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.</p> <p>- Représenter la sphère et certains de ses grands cercles.</p>	<p>L'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permet de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes.</p> <p>C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. Les élèves sont également confrontés au problème de représentation d'objets à 3 dimensions, ainsi qu'à celle de la représentation en vraie grandeur d'une partie de ces objets dans un plan (par exemple : section plane, polygone déterminé par des points de l'objet...).</p> <p>Les grands cercles de la sphère et les couples de points diamétralement opposés sont mis en évidence.</p> <p><i>Le fait que le centre du cercle d'intersection est l'intersection du plan et de la perpendiculaire menée du centre de la sphère à ce plan est admis.</i> <i>Le cas particulier où le plan est tangent à la sphère est également étudié.</i></p> <p>Aucune difficulté n'est soulevée sur ces représentations. Le rapprochement est fait avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour le repérage sur la sphère à l'aide des méridiens et des parallèles.</p>

4. Grandeurs et mesures

Les situations mettant en jeu des grandeurs sont souvent empruntées à la vie courante (aires de terrains, volumes de gaz, de liquides, vitesses, débits, coûts, ...) mais aussi à d'autres disciplines, notamment scientifiques, et permettent l'interaction entre les mathématiques et d'autres domaines. Les activités de comparaison d'aires d'une part, et de volumes d'autre part, de figures ou d'objets

obtenus par agrandissement ou réduction, sont, en particulier, autant d'occasions de manipulations de formules et de transformations d'expressions algébriques. Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

Objectifs

La résolution de problèmes a pour objectifs

- d'entretenir et de compléter les connaissances et les raisonnements relatifs aux calculs d'aires et volumes,
- d'étudier des situations dans lesquelles interviennent des grandeurs composées (produit ou quotient), notamment du point de vue des changements d'unités.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>4.1 Aires et volumes Calculs d'aires et volumes.</p> <p>Effet d'une réduction ou d'un agrandissement.</p>	<p>- Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.</p> <p>- Calculer le volume d'une boule de rayon donné.</p> <p>- Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport k,</p> <ul style="list-style-type: none"> • l'aire d'une surface est multipliée par k^2, • le volume d'un solide est multiplié par k^3. 	<p>Il s'agit aussi d'entretenir les acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, les surfaces dont les aires sont à connaître sont celles du carré, du rectangle, du triangle, du disque et les solides dont les volumes sont à connaître sont le cube, le parallélépipède rectangle, le cylindre droit et la sphère.</p>
<p>4.2 Grandeurs composées, changement d'unités</p> <p>Vitesse moyenne.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.</p>	<p>Plusieurs grandeurs produits et grandeurs dérivées peuvent être utilisées : passagers \times kilomètres, kWh, euros/kWh, m^3/s ou $m^3 \cdot s^{-1}$, ...</p> <p>Les changements d'unités s'appuient, comme dans les classes antérieures, sur des raisonnements directs et non pas sur des formules de transformation.</p> <p>Dans le cadre du socle commun la capacité ne porte que sur des situations de la vie courante, sur des unités et des nombres familiers aux élèves.</p>