SEMAINE DES MATHS : du 14 au 20 MARS

À l'orée du printemps, la semaine des maths revient. Afin de célébrer comme il se doit cet événement, nous vous soumettons quelques énigmes afin de chatouiller vos neurones. Cette année, le thème national est «maths et sports», d'où la contextualisation des questions, mais ni la véracité ni même la vraisemblance des données des situations n'ont été jugées primordiales, seul le plaisir de la recherche et la jubilation face à la réponse trouvée sont visés.
Si vous le désirez, vous pouvez les chercher seul ou à plusieurs. Pour le plaisir ou pour la gagne...

EN JEU : un ballotin de chocolats (acheté chez un chocolatier) pour le meilleur élève de seconde, pour le meilleur élève de 1ère (toutes filières confondues), pour le meilleur élève de terminale (toutes filières confondues). Si le chocolat ne vous tente pas, on pourra toujours s'arranger...
Pour le meilleur participant non élève (professeur, personnel administratif, agent d'entretien, tout le monde peut participer même si vos cours de maths remontent à loin !), au choix un ballotin de chocolat ou une bouteille (on peut en discuter !).

Merci de faire parvenir vos réponses avant le dimanche 20 Mars 23h59.
Les réponses sur papier sont à déposer dans le casier d'un des profs de maths (celui de votre convenance) (veillez à numéroter les énigmes et les pages), ou par mail en photographiant éventuellement vos réponses ou brouillons à l'adresse :
corinne.gripon@ac-orleans-tours.fr,
en précisant votre nom et éventuellement votre classe. Aucune réponse ne sera prise en compte au-delà de cette date.
Bonne recherche !
Mathématiquement vôtre,
l'équipe de maths.

Un grand merci à Loïc G. pour son attentive relecture et le caractère constructif de ses remarques.

Énigme 0 : Pour cette énigme d'échauffement (et seulement pour celle-là) seules les réponses sont demandées, aucune explication ni calcul ne sont demandés :

1. Une école maternelle compte 25 garçons et 20 filles en grande section. Parmi eux 60% sont capables de nager en piscine sur une distance de 30 mètres. Quel nombre minimal de filles qui a réussi à nager sur la distance indiquée ?
2. Les élèves d'une classes sont évalués sur un enchaînement de gymnastique que chacun a imaginé selon les capacités.
   Le professeur observe que le nombre d'élèves ayant choisi de faire une roue représente 25 % de ceux qui ont choisi de ne pas en faire. Quel est le pourcentage d'élèves qui ne font pas de roue ?
3. Au cours d'un match de basket, seuls Anne, Boris et Charles ont marqué. Anne a marqué $\frac{1}{4}$ des points, Boris en a marqué $\frac{2}{5}$ et Charles a marqué 7 points. Combien de points ont été marqués au total au cours de ce match ?
4. Un marathon est organisé à Olympie et 80 % des habitants et touristes présents ce jour-là à Olympie y participent. Parmi eux, 95 % abandonnent après 20 km, tous les autres franchissent la ligne d'arrivée. On a dénombré 2000 personnes ayant franchi la ligne d'arrivée, combien y avait-il d'habitants et touristes présents ce jour-là à Olympie ?
5. Un cycliste souhaite établir un record en effectuant la course Roubaix-Paris (253,5 km) à une vitesse moyenne de 70 km/h, mais les 20 premiers kilomètres sont pavés et rendus glissants par la pluie, il met donc 30 minutes pour faire les 20 premiers kilomètres. À quelle distance moyenne doit-il rouler sur le reste du trajet pour établir son record ?

6. Dans le foyer d'un lycée, les élèves disposent d'une table de ping-pong et d'un billard. On a observé que $\frac{1}{5}$ des élèves qui jouent au ping-pong jouent aussi au billard et que $\frac{1}{7}$ des élèves qui jouent au billard jouent aussi au ping-pong. Sachant que 110 élèves ne jouent qu'à un seul de ces deux jeux, combien pratiquent les deux activités ?
7. Si on roule à 12 km/h, quelle distance en mètres parcourt-on en une minute ?
8. Un club de foot a un nouveau président.
   Celui-ci veut faire des économies et à cette fin il va réduire le nombre de joueurs professionnels du club tout en augmentant leur salaire pour stimuler leur esprit d'équipe. En réduisant le nombre de professionels de 30% et en augmentant leur salaire de 35 %, quel pourcentage d'économies pourra-t-il réaliser sur la dépense salariale ?
9. Un amateur de bobsleigh descend une piste : il parcourt 4 mètres la première seconde puis 5 mètres de plus à chaque seconde (4 m la première seconde, 9 m la deuxième, 14 m la troisième et ainsi de suite). Il arrive en bas au bout de 11 secondes, quelle est la longueur de la piste ?

Énigme 1 (course à pied et croisements) : Deux personnes s'entraînent sur un stade dont la piste mesure 800 mètres.
La première court à 10 km/h ; la seconde marche rapidement à 6 km/h.
On suppose que les vitesses des protagonistes restent constantes au cours du temps.
Si elles partent au même instant et adoptent le même sens de parcours, combien de fois la plus rapide dépassera l'autre lors de leur entraînement de 5 km ?
Préciser les instants exacts de ces dépassements (comptés en minutes et secondes après l'instant du départ).

Énigme 2 (aquagym et chauffage de l'eau) :
On dispose d'une piscine parallépipédique dont la base est un rectangle de 8 mètres sur 4 mètres et dont la hauteur d'eau est 1,5 mètre. Au début de l'expérience l'eau est à 24 degrés Celsius et on suppose qu'une substance isolante a été étalée sur la surface de l'eau afin d'empêcher les échanges de chaleur entre l'eau et l'air.

1. Dans cette piscine, on installe 4 personnes pour un cours d'aquagym qui dure 1h30. Chacune perd 460 calories par heure, quelle sera la température de l'eau de la piscine à l'issue de l'expérience ?
2. Si l'on voulait augmenter la température de l'eau de 0,1 degré Celsius, dans les mêmes conditions, quelle devrait être la durée de l'exercice(en année, jours, heures, secondes) ?

(On négligera l'augmentation du volume de l'eau dû à la transpiration des sportifs et on supposera que la capacité calorifique de l'eau chlorée est la même que celle de l'eau pure.)
Formules utiles : $V = L \times l \times h$ (volume d'un parallélépipède) ;
$Q = m \times c \times (t_2 - t_1)$ (la quantité de chaleur à fournir pour faire passer un élément d'une température t_1 à une température t_2 est proportionnelle à la masse à chauffer et dépend de la substance à chauffer ; Q est en Joules (J) , m en grammes, c = 4, 186 J/(g × K) pour l'eau dans les conditions de l'expérience, le lien entre Kelvin (K) et degrés Celsius (° C) est K = °C + 273,15 ; une calorie correspond à la quantité d'énergie nécessaire pour élever la température d'un gramme d'eau de 1 °C, 1 calorie vaut (approximativement) 4,18 joules.

Énigme 3 (des bonds et des escaliers) :
Un lapin s'amuse à monter les marches d'un escalier. Il peut, selon les bonds, franchir une seule marche ou deux marches d'un coup. L'escalier comporte 15 marches, de combien de façons le lapin peut-il atteindre le sommet de l'escalier ?

Énigme 4 (Course automobile et COP 21) :
Un pilote de course dispose d'une voiture qui consomme en moyenne 25 litres de carburant pour parcourir 100 km à 150 km/h.

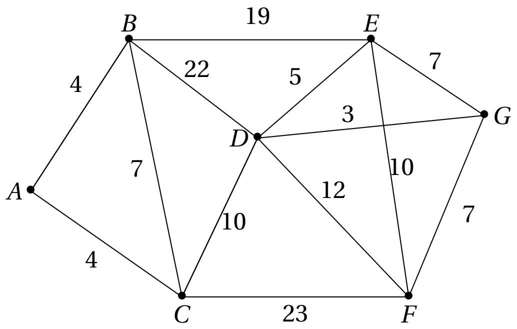
Son réservoir est de 40 litres et chaque plein nécessite 3 minutes d'arrêt, le temps de remplissage du réservoir étant proportionnel à la quantité de carburant délivrée.
Il y a 350 km à parcourir et l'on admet qu'il roule en moyenne à 150 km/h.
Quelle quantité de carburant doit-il mettre au dernier arrêt pour minimiser son temps de parcours ?
Quelle sera le temps de parcours minimal de ce pilote avec cette voiture (au centième de seconde près par excès) ?
NB : le règlement stipule qu'une voiture doit franchir la ligne d'arrivée avec au minimum 1L de carburant afin de pouvoir regagner les stands en roulant.

Énigme 5 (Rame !) : Un rameur se lance dans la traversée d'une mer azurée, calme, dépourvue de vent.
Il embarque avec 50 kg d'eau douce et de nourriture. Chaque jour il consomme l'équivalent de 2kg d'eau et de vivres et de l'allègement consécutif à cette consommation associé à l'entraînement résulte une multiplication de sa vitesse par 1,02. Initialement, sa vitesse est de 10 noeuds
Quelle sera sa vitesse à l'épuisement de ses vivres ?

Énigme 6 :
Plusieurs équipes se confrontent afin de savoir quelle équipe va gagner l'épreuve appelée : «Le reste est 0€» .
Dans cette épreuve, quatre joueurs de chaque équipe participent. Il y a trois pièces numérotées de 1 à 3 qui contiennent chacune une porte d'entrée et une porte de sortie. Trois joueurs vont se placer chacun dans une pièce avec une certaine somme d'argent, suffisamment importante par rapport au quatrième joueur. Le quatrième joueur doit passer successivement par les trois pièces dans l'ordre, à chaque fois qu'il rentre dans une pièce, il paye 1€ à chaque fois qu'il franchit une porte. Ensuite le joueur qui est déjà dans la pièce lui donne une somme égale à celle dont dispose encore le 4ème joueur et ainsi de suite jusqu'à la porte de sortie de la pièce N°3.
Exemple : Le quatrième joueur a 10€ dans sa poche, il rentre dans la première pièce, il paye 1€, il lui reste donc 9€. Alors le joueur qui est dans la pièce N°1 va lui donner 9€, ce qui lui permet d'avoir 18€, ensuite il paye 1€ à la sortie de la première pièce, donc il lui restera 17€. Il dispose de 16€ après passage de la porte d'entrée de la deuxième pièce et il récupère 16€, donc il aura 32€ et paye 1€ à la sortie donc il lui reste 31€. À l'arrivée à la porte d'entrée de la pièce N°3, il paye 1€, donc il lui reste 30€, il reçoit donc 30€. D'où, à la fin il lui restera 59€ après avoir payé 1€ à la sortie de la porte de sortie de la pièce N°3.
Question : Quelle somme d'argent initialement doit avoir le quatrième joueur afin qu'à la sortie de la troisième pièce, il lui reste 0€ dans la poche ?

Énigme 7 : Lors d'une épreuve sportive des collèges et lycées de la région Centre s'affrontent. Lors des épreuves finales, nous avons dénombré 45 matchs. Sachant que chaque équipe a joué contre une autre équipe une seule fois.
Question : Combien d'équipes ont participé à cette épreuve ?

Énigme 8 : (golf à 7 trous et balles perdues)
Le schéma ci-dessous représente les différents trous d'un mini-golf et les nombres au-dessus des arêtes recensent les obstacles (chicanes, trous, infractuosités, chausses-trappes, ornières) séparant deux trous.



1. Est-il possible de trouver un parcours qui passe par tous les sommets sans repasser deux fois par la même arête ? Si oui, en citer un.
2. Est-il possible de trouver un parcours qui passe une et une seule fois par toutes les arêtes ? Si oui, en citer un.
3. Trouver le chemin permettant de relier B à F qui comporte le moins d'obstacles possibles (on ne passe pas nécessairement par tous les trous). Quel est alors le nombre minimal d'obstacles rencontrés ?

Énigme 9 :
Lors des jeux de fin d'année, les élèves d'un lycée organisent une compétition sportive. Dans cette compétition, deux équipes s'affrontent. Sachant que vous êtes un fin stratège, la première équipe vous a sollicité comme joker pour la dernière épreuve.
En effet, cette épreuve consiste à trouver un trésor caché dans l'une des petites maisons cubiques. Les maisons sont numérotées, ouvrables des quatre côtés. Leur disposition figure dans la pièce jointe en annexe à ce document.
Sachant que le trésor est situé deux maisons au-dessus de la maison N° : 2198, dans quelle maison est caché le trésor ?