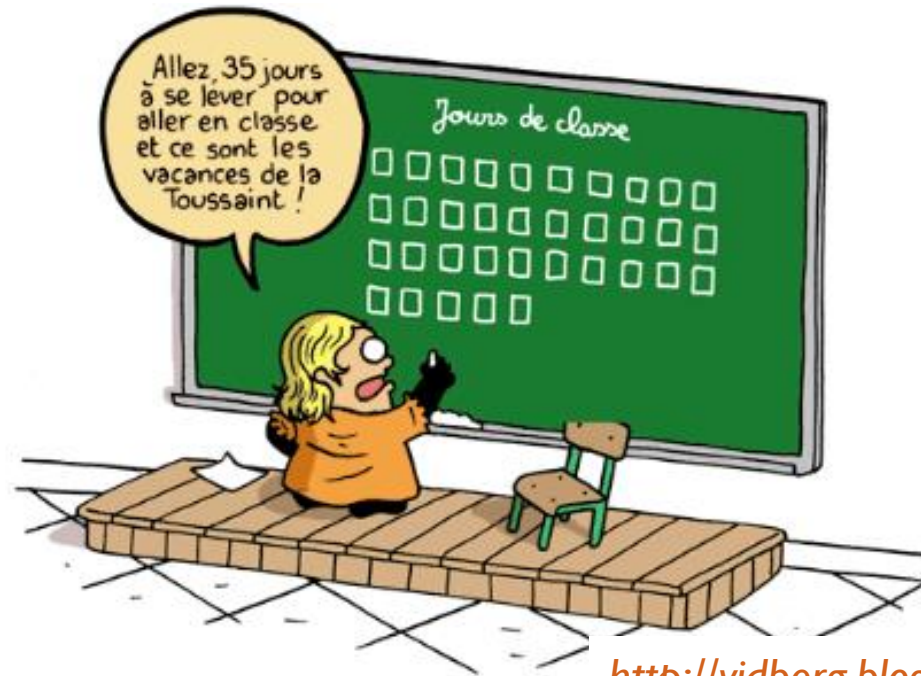


La construction du nombre au cycle 2



<http://vidberg.blog.lemonde.fr>, 2013

Groupe départemental mathématiques cycle 2 de l'Indre et Loire
Réalisé d'après les travaux de recherche de Bernard ANSELMO et Hélène ZUCCHETA)

La construction du nombre au cycle 2

Une formation en trois temps.

Objectifs de la formation :

- Recenser les incontournables de l'enseignement pour l'apprentissage de la numération.
- Proposer des tâches construisant favorablement la numération.
- Echanger sur ses pratiques.
- Interroger ses outils, son manuel/fichier et déterminer les points forts et les points faibles.

La construction du nombre au cycle 2

Objectifs du temps 1 :

- Redécouvrir les principes de notre système de numération en interrogeant ses conceptions et ses pratiques.
- Recenser les incontournables de l'enseignement pour l'apprentissage de la numération.
- Présenter la suite du parcours de formation.

La construction du nombre au cycle 2

Déroulement :

Préambule

Activité n°1 : recherche, échanges, compléments didactiques

Activité n°2 : recherche, échanges, compléments didactiques

PAUSE

Activité n°3 : recherche, échanges, compléments didactiques

Présentation de la suite du parcours de formation

Préambule

Selon Aigoïn & Guebourg, grandN, n°73, 2004

« Force est de constater l'existence de **difficultés persistantes** en lien direct avec la numération, du CP au CM2 [...] Face à ce constat, l'hypothèse est faite que nombre des difficultés rencontrées par les élèves en cycle 3 pourraient être le fruit d'une **incompréhension** ou d'une **compréhension partielle** des principes de construction de notre numération. ...

Préambule

... Ainsi, un apprentissage raté ou incomplet concernant le fonctionnement de notre système décimal pourrait être la cause des difficultés de nombreux élèves dès l'école primaire et par la suite au collège. »

- Apprendre le nombre
- Enseigner le nombre





Les évaluations CP et CEI

Résultats aux évaluations CP et CEI - Automne 2018

% d'élèves répartis selon le niveau

Par convention, figurent en vert les valeurs plus favorables qu'au niveau national, en rouge les valeurs moins favorables

GLOBAL

CP - Mathématiques

	National			Académie			Indre-et-Loire		
	à besoin	fragile	autres	à besoin	fragile	autres	à besoin	fragile	autres
Reconnaître des nombres sous la dictée	2,7	5,3	92,0	2,3	5,1	92,7	1,7	4,7	93,5
Ecrire des nombres sous la dictée	5,3	12,0	82,7	4,7	11,3	84,0	4,0	10,8	85,2
Résoudre des problèmes	15,1	25,6	59,3	14,7	26,5	58,8	12,8	24,1	63,1
Dénombrer une collection et l'associer à son écriture chiffrée	4,1	8,9	87,0	3,6	8,8	87,6	2,9	8,6	88,6
Comparer des nombres	11,3	12,6	76,2	10,8	12,5	76,7	8,9	10,8	80,3
Placer un nombre sur une ligne	21,6	34,5	44,0	20,4	35,4	44,2	18,2	35,1	46,7

CEI - Mathématiques

	National			Académie			Indre-et-Loire		
	à besoin	fragile	autres	à besoin	fragile	autres	à besoin	fragile	autres
Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul	13,3	43,8	42,9	13,3	45,8	41,0	12,0	43,2	44,8
Calculer mentalement	6,9	17,0	76,1	6,8	17,5	75,7	5,9	16,6	77,5
Comparer des nombres	7,4	14,4	78,2	6,6	14,4	79,0	6,0	13,7	80,3
Placer un nombre sur une ligne	21,4	26,6	52,0	20,4	27,4	52,2	18,4	27,6	54,1
Reconnaître et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie	6,4	4,2	89,4	5,2	3,9	90,9	4,1	3,3	92,6
Reconnaître des nombres dictés	7,0	18,3	74,8	6,1	19,2	74,7	5,2	18,2	76,6
Ecrire des nombres sous la dictée	12,6	18,0	69,4	11,9	19,2	68,8	10,9	17,8	71,3
Représenter des nombres entiers	8,6	27,3	64,2	8,1	27,5	64,4	7,1	25,4	67,5
Additionner	25,7	24,5	49,9	26,8	25,3	47,8	24,3	25,2	50,5
Soustraire	27,1	23,1	49,8	27,9	23,6	48,5	26,7	23,1	50,3



Démarche possible pour apprendre le nombre

ANSELMO & ZUCCHETTA, *Grand N* n° 91, 2013

- **Mémorisation** de la suite des mots-nombres.
- **Désignation** des mots-nombres à leur graphie en chiffres en **repérant les régularités** et irrégularités des systèmes écrit et parlé.
- Découverte de la signification des chiffres dans l'écriture des nombres en s'appropriant les **principes de groupement et d'échange**.
- Premiers calculs dans ce système de numération.

La construction du nombre

C'est à vous !

- **1 nouveau système de numération** parlée et écrite qui garde les mêmes logiques de régularités et d'irrégularités que notre système de numération décimale.
- Par groupe de 4 ou 5.
- Trois **tâches d'apprentissage** : le furet, les nombres manquants et les commandes.

La construction du nombre

C'est à vous !



- **1^{ère} tâche : Le furet**

1. Découvrir le nouveau système de numération parlée.
2. Mémoriser les mots-nombres dans l'ordre dans lequel s'organise leur succession.
3. Jouer au jeu du « furet ».

La construction du nombre

Echanges réflexifs

- **Quel aspect essentiel de la numération est travaillé ?**
- **Quelles procédures ?**
- **Quelles difficultés ?**

La construction du nombre

Le furet

Aspect travaillé : **la numération orale**



Acquérir **la chaîne numérique parlée** (*la comptine numérique*), c'est **distinguer les mots-nombres d'autres mots** que l'enfant utilise, puis comprendre ce qu'ils signifient et quelles règles les gouvernent.

La comptine numérique

Les trois parties de la chaîne récitée :

- **Stable et conventionnelle** : la même que les adultes.
- **Stable et non-conventionnelle** : entre 2 et 6 mots-nombres (par exemple, après 1,2,3,4, l'enfant va toujours dire 7,11,8,15).
- **Instable et non conventionnelle** : une partie change à chaque récitation, pouvant inclure des lettres, répéter des nombres, ...

Étude de Fuson, Richards et Briars (1982)

La comptine numérique

Selon la même étude (1982)

◦ Les niveaux de procédures :

- **Le chapelet** : il n'y a pas de signification arithmétique, pas de dénombrement, c'est un tout indifférencié : **undeux troisqueatre.**

- **La chaîne insécable**: l'enfant ne récite que depuis le début.

Si on lui demande ce qu'il y a après 5, il commence à compter depuis 1 jusqu'à 6.

Si on rajoute un objet à la collection, il recommence également à compter depuis le début pour dénombrer.

La comptine numérique

- **La chaîne sécable** : l'enfant peut compter jusqu'à X, à partir de X, de X à Y. On voit apparaître le début du comptage à rebours et un dénombrement plus aisé.
- **La chaîne terminale** : les mots deviennent des unités numériques, le comptage vers l'avant et à rebours progressent beaucoup.
- **La chaîne bidirectionnelle** : la récitation se fait dans les deux sens et par bonds.

La numération orale

- **Déjà travaillée en maternelle :**

- 1) Dire la suite des nombres jusqu'à trente.
- 2) Synchroniser comptine et geste (objet pointé).
- 3) Appréhender le statut particulier du « dernier nombre dit » qui désigne la quantité.
- 4) Connaitre la suite numérique à partir d'un nombre donné dans le sens croissant ou décroissant.
- 5) Connaitre le nombre juste avant ou juste après un nombre donné.
- 6) La décomposition des nombres jusque 10.

La numération orale

- L'enjeu majeur du cycle 2, en particulier du CP (mais pas que...) :

Atteindre les niveaux de procédure de la **chaîne terminable** et de la **chaîne bidirectionnelle** en prenant appui sur les acquis de la maternelle.



Comment ?

La numération orale

Un autre regard, celui d'Eric MOUNIER

Mettre l'accent sur ses régularités

ET

**la découvrir au fur et à mesure
de l'année de CP.**

La numération orale

- **Mettre l'accent sur ses régularités.**
- Caractère ordinal car les noms de nombres se succèdent les uns après les autres.
- Les premiers mots n'ont pas de lien entre eux, au moins jusqu'à dix, voire jusqu'à seize.
- Au-delà de vingt, une structure apparaît.

un à neuf
dix
un à neuf
vingt
un à neuf
trente
un à neuf
quarante
un à neuf
cinquante
un à neuf
soixante
un à neuf
soixante-dix
un à neuf
quatre-vingt
un à neuf
quatre-vingt-dix
un à neuf
cent

un à dix-neuf
vingt
un à neuf
trente
un à neuf
quarante
un à neuf
cinquante
un à neuf
soixante
un à dix-neuf
quatre-vingts
un à dix-neuf
cent

un à dix-neuf
vingt
un à dix-neuf
quarante
un à dix-neuf
soixante
un à dix-neuf
quatre-vingts
un à dix-neuf
cent

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
zéro	un	deux	trois	quatre	cinq	six	sept	huit	neuf	dix	onze	douze	treize	quatorze	quinze	seize	dix-sept	dix-huit	dix-neuf
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29										
vingt	vingt-et-un	vingt-deux	vingt-trois	vingt-quatre	vingt-cinq	vingt-six	vingt-sept	vingt-huit	vingt-neuf										
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39										
trente	trente-et-un				trente-cinq				trente-neuf										
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49										
quarante	quarante-et-un				quarante-cinq				quarante-neuf										
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59										
cinquante	cinquante-et-un				cinquante-cinq				cinquante-neuf										
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
soixante	soixante-et-un				soixante-cinq				soixante-neuf	soixante-dix	soixante-et-onze				soixante-quinze				soixante-dix-neuf
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
quatre-vingts	quatre-vingt-un				quatre-vingt-cinq				quatre-vingt-neuf	quatre-vingt-dix	quatre-vingt-onze				quatre-vingt-quinze				quatre-vingt-dix-neuf
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
cent	cent-un				cent-cinq				cent-neuf	cent-dix	cent-onze				cent-quinze				cent-dix-neuf

La numération orale

- la découvrir au fur et à mesure en CP

Période 1

- Découvrir la **petite** comptine (*de un à neuf*) et la **grande** comptine (*de un à dix-neuf*).

Période 2

- Observer la régularité de la famille des **vingt** : reprise de la **petite** comptine.

Période 3

- Observer la régularité de la famille des **trente, quarante, cinquante** : reprise de la **petite** comptine.

Période 4

- Observer la régularité de la famille des **soixante** : reprise de la **grande** comptine.

Période 5

- Observer la régularité de la famille des **quatre-vingts** : reprise de la **grande** comptine.

Recommandations de O. HUNAUT, IGEN

En CP

- → Dès la période 2 : des groupements par 10 sur des nombres allant au moins jusqu'à 30.
- → Janvier/février au plus tard : les nombres jusqu'à 60 pour travailler longuement sur la numération : groupement par 10, cassage de dizaine, somme de deux entiers, différence entre deux entiers, etc.
- → Début avril au plus tard : les nombres jusqu'à 100 (pour disposer d'au moins trois mois pour travailler sur les nombres entre 60 et 100)

En CE1

- → Introduction précoce des nombres jusqu'à 1000 (rencontre des centaines en période 1 et 1000 est atteint en période 2), tout en poursuivant le travail sur les nombres inférieurs à 100.
- → un travail tout au long de l'année sur les nombres jusqu'à 10 000 pour que ces nombres soient bien maîtrisés à l'entrée du CE2

En CE2

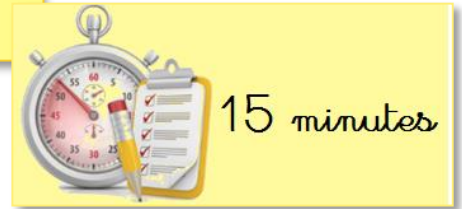
- Même logique pour le CE2, ne pas attendre P5 pour rencontrer des nombres supérieurs à 100 000.

Grille d'évaluations d'après Michel Vinais

<u>n°</u>	<u>compétences</u>	<u>observations</u>														
2.1	Zone Stable Exacte de 1 à	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
		17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
		32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
		47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
		62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	→
2.2	Niveau d'élaboration de la chaîne	Chaîne chapelet														
		Chaîne insécable	Compter jusqu'à n													
			Respect bornes													
			Livrer le successeur													
		Chaîne sécable	Compter de x à y													
			Compter par bonds													
			Sens indirect													
			Livrer le prédécesseur													
		Chaîne terminale														
		2.3	Associer numération orale/numération écrite	Passage de NE / O à NE/E												
Passage de NE/E à NE/O																

La construction du nombre

C'est à vous !



- **2^{ème} tâche : Nombres manquants**
 1. Découvrir le nouveau système de numération écrit.
 2. Retrouver les nombres manquants dans une liste désordonnée.
 3. Retrouver les nombres cachés dans le tableau des nombres.

La construction du nombre

Echanges réflexifs

- **Quel aspect essentiel de la numération est travaillé ?**
- **Quelles procédures ?**
- **Quelles difficultés ?**

La construction du nombre

Nombres manquants

Aspect travaillé : **la numération écrite**

Approche algorithmique



Utiliser une écriture symbolique (*une écriture chiffrée*) pour désigner les nombres SANS passer par le nom du nombre et en s'appuyant sur la régularité de la suite écrite.



La numération écrite

Approche algorithmique

Pourquoi ?

- Repérer les régularités de la suite écrite des nombres.
- Trouver le prédécesseur et le successeur d'un nombre.
- Comparer, ranger, intercaler des nombres sans que la quantité représentée ne soit convoquée.

⇒ On est sur **l'aspect ordinal du nombre.**



La numération écrite

Approche **algorithmique**

Quelle progressivité ?

CP : jusqu'à 100.

CE1 : au-delà de 100.

CE2 : fréquenter la suite par des situations problèmes.

Exemple : pour numérotter les 78 pages d'un livre, combien de fois utilise-t-on le chiffre 5 ?

Ermel CE2-HATIER

CE1/CE2 : Passer de la bande numérique à la droite numérique.

La numération écrite

Une hypothèse (*forte*) de travail.

MOUNIER, *Séminaire des IEN, 2018*

Il faut travailler deux systèmes distincts de numération au cycle 2 (en particulier au CP) :

- la numération **orale**

et

- la numération **écrite.**

⇒ **L'une n'est pas la version écrite de l'autre.**

Repérer les récurrences dans l'écriture chiffrée

- <http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/reportage-argenteuil/du-cote-des-enseignants/ingrid-cp-ce1>

Un changement conceptuel délicat

- A la maternelle: **compréhension du nombre via la numération orale**
 - Emploi de l'écriture chiffrée comme traduction écrite du nom des nombres : « 14 = quatorze ».
 - Tâches de dénombrement via l'utilisation de la comptine numérique (orale).
- Au CP : **comment comprendre le nombre via la numération écrite chiffrée ?**

Alors que :

 - Apprentissage de la lecture/écriture du français : les écritures chiffrées comme la traduction de l'oral ...
 - Travail sur « la » numération et non les numérations.
 - Décrypter les écritures chiffrées « déjà-là ».

D'où cette question :

◦ Comment enseigner les écritures chiffrées des nombres entiers :

- sans partir de la numération orale,
- avec des tâches favorisant la procédure organisation/codage ?

Pause



***Retour dans
10 minutes***

La construction du nombre

C'est à vous !



- **3^{ème} tâche : Les commandes**
 1. Trouver le nombre de jetons.
 2. Remplir les bons de commandes.
 3. Réaliser deux calculs posés.

La construction du nombre

Echanges réflexifs

- **Quel aspect essentiel de la numération est travaillé ?**
- **Quelles procédures ?**
- **Quelles difficultés ?**

La construction du nombre

Les commandes

Aspect travaillé : **la numération écrite**

Les groupements et les échanges



Ces activités visent à faire découvrir comment, du comptage au calcul posé, les groupements et les échanges s'inscrivent dans l'apprentissage et la compréhension de la numération écrite.

La numération écrite

Les groupements et les échanges

Pourquoi ?

- Appréhender le principe de notre système de numération.
- Visualiser des paquets de 10 et induire la récursivité du groupement par 10.
- Distinguer la valeur et la quantité.
- Comprendre la signification des chiffres dans un nombre.

⇒ On est sur **l'aspect cardinal du nombre.**



La numération écrite

Un obstacle important

Grouper n'est pas naturel !

Il faut le travailler régulièrement :

- **Une fois par période en CP et CE1.**
- **Une fois par trimestre en CE2.**

Quelques situations de groupements

- Des crayons
- Des bouchons
- Des pailles
- Des jetons

Laisser les paquets visibles.

- Cubes à emboîter
- Boîtes de 10 œufs
- Comptez sur œufs
- Comptez des trombones

Matériel opaque

On en revient à la question :

- Comment enseigner les écritures chiffrées des nombres entiers :
 - sans partir de la numération orale,
 - avec des tâches favorisant la procédure organisation/codage **qui favorise le groupement ?**

La numération écrite

◦ **Une hypothèse (forte) de travail : Encore !**

La rencontre des « grands nombres » doit se faire dès le cycle 2 :

- les nombres à trois chiffres dès le CP
- les nombres à quatre chiffres dès le CE1

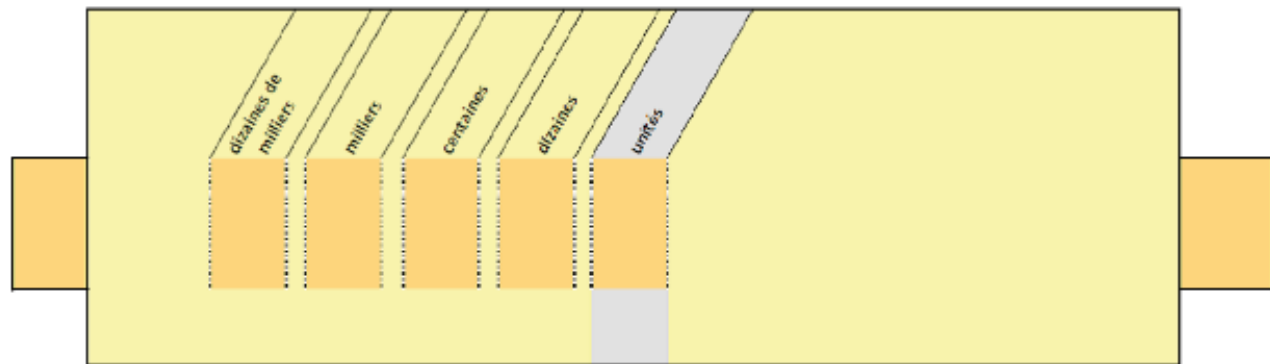
*sans nécessairement savoir les nommer
afin de donner toute sa pertinence à la
NUMERATION DECIMALE,
comme système de numération.*

Qu'en est-il de l'aspect « échange » ?

- La finalité pour l'élève, c'est de pouvoir :
 - Appréhender la centaine comme étant 10 dizaines (puis 100u) :
comment s'écrit 12d 3u ?
 - Appréhender le millier comme étant 10 centaines (puis 100d et 1000u) :
comment s'écrit 12c 3d 5u ?
 - Ecrire des nombres à partir des unités de numération:
comment s'écrit 12d 10c 8u 2m ?

Le glisse-nombre

Une version simplifiée de l'outil peut être utilisée dès le cycle 2.




De même un nombre plus ou moins grand de colonnes à droite de la virgule peuvent apparaître en fonction de l'année du cycle 3 de la classe.

L'outil peut être utilisé par le professeur face à la classe ou par les élèves eux-mêmes.

La construction du nombre

Les principes à retenir

- **Numération orale** : mettre l'accent sur ses régularités et la découvrir au fur et à mesure de l'année.
- **Numération écrite chiffrée** : la construire en
 - Partant de nombres dont les élèves ne connaissent pas encore le nom.
 - Travaillant les trois approches incontournables : algorithmes, groupements, échanges.
 - Proposant des tâches de dénombrement ET de comparaison.
- **Les deux numérations** : faire le lien entre la numération orale et chiffrée en utilisant les files numériques par exemple.



**Les évaluations CP et CE1:
Guide des scores**

MATHÉMATIQUES

Évaluation en début de CP

Exercice n°5

Nombres et calculs

Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

COMPÉTENCE VISÉE

Être capable de lire les nombres entiers jusqu' à 10.

Activité : associer les noms des nombres à leur écriture chiffrée.

POURQUOI CE TEST ?

La recherche a montré qu'une bonne connaissance des désignations des nombres, à l'écrit comme à l'oral, est indispensable pour progresser vers une représentation exacte des nombres, et pour calculer de façon efficace. La récitation rapide de la suite des noms des nombres (un, deux, trois, quatre, cinq..., la « comptine numérique ») est indispensable au comptage. Or, les noms des nombres en français posent des difficultés aux enfants, car leur forme n'est pas aussi simple que dans d'autres langues comme le chinois : les nombres entre onze et seize, ainsi que les dizaines (vingt, trente etc.) ont des formes spécifiques qu'il faut mémoriser.

Pour les nombres à partir de 10, l'usage de la numération décimale de position nécessite de comprendre que le même chiffre (disons 2) peut valoir 2, 20, 200, etc., selon la position qu'il occupe – c'est la notation positionnelle. Il faut aussi comprendre le principe décimal, la base 10, c'est-à-dire que le rapport entre les unités de numération adjacentes est de 10 (1 dizaine vaut 10 unités, 1 centaine vaut 10 dizaines...).

Enfin, le passage rapide d'une notation à l'autre (des chiffres arabes aux mots, et inversement) peut poser des difficultés car les deux systèmes de désignation ne suivent pas les mêmes règles. Comprendre, par exemple, que « dix-huit » ne s'écrit pas « 108 » mais 18, nécessite d'avoir bien compris les principes de la numération décimale de position.



Type de difficultés rencontrées généralement par les élèves

- L'élève reconnaît l'écriture chiffrée des nombres de 0 à 5 mais confond l'écriture des nombres entre 5 et 10.
- L'élève rencontre des difficultés liées à la discrimination visuelle (confond les graphies 6/9 ou 8/3) et/ou phonologique (entend six au lieu de dix).
- L'élève confond 1 et 10.
- L'élève semble avoir répondu « au hasard ».
- L'élève connaît la suite orale des nombres (au moins jusqu'à dix) mais commet des erreurs dans la reconnaissance de l'écriture chiffrée.
- L'élève ne connaît pas la comptine numérique (jusqu'à dix au moins).

La construction du nombre

Objectifs et organisation du temps 2

- **En conseil de maitres**
- Mettre en œuvre une situation de groupements et/ou d'échanges entre le temps 1 et le temps 2.
- Echanges réflexifs entre pairs sur le temps 2 (difficultés rencontrées, pistes choisies, résultats obtenus, matériel utilisé...)

La construction du nombre au cycle 2

Merci de votre attention